

## ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ «МЕТАЛИЧЕСКАЯ ОСНОВА – ЗАЩИТНОЕ ПОКРЫТИЕ»

**Алексенко В. Л.**, старший преподаватель кафедры общепрофессиональной подготовки Херсонской государственной морской академии, e-mail: [aleksenko-vl@yandex.ua](mailto:aleksenko-vl@yandex.ua)  
**Богдан А. П.**, ассистент кафедры общепрофессиональной подготовки Херсонской государственной морской академии, e-mail: [arundoalla@gmail.com](mailto:arundoalla@gmail.com)

*Выполнено исследование системы полимерное покрытие – стальная основа и рассчитаны нормальные и тангенциальные напряжения в покрытии. Проведен анализ существующих решений и рассмотрены вопросы обеспечения исследований в области композитных материалов и защитных покрытий на их базе средствами расчёта напряжённо-деформированного состояния образцов. Предложены итерационный алгоритм и программа метода конечных разностей, распространяемая в открытых кодах, рекомендуемые для использования и совершенствования как альтернатива программным комплексам метода конечных элементов для двумерных областей ограниченного произвольным контуром. Установлено, что результаты расчёта напряжённо-деформированного состояния образцов эпоксикомпозитных покрытий хорошо согласуются с характером разрушения, наблюдаемым в экспериментах, и позволяют сделать относительно строгие количественные оценки их адгезионной прочности.*

**Ключевые слова:** композитные материалы, защитные покрытия, напряжённо-деформированное состояние, автоматизация обработки результатов косвенных измерений.

**Постановка проблемы.** Одним из базовых направлений развития промышленности должна стать разработка и производство конструкционных материалов с заранее заданными свойствами [1–3]. Разработка и испытание КМ, в том числе и на эпоксидной основе, возможны только на самом совершенном оборудовании [2]. Важнейшим свойством КМ является их механическая прочность. Вопросы прочности лежат на стыке материаловедения, механики деформируемого тела и механики разрушения. Одним из направлений использования композитов в технике является создание на их базе высокоэффективных защитных покрытий. Актуальной является задача изучения механических свойств покрытий из КМ с привлечением аппарата теории упругости и обеспечения прочности покрытий.

**Состояние вопроса.** Различают испытания собственно материала покрытия и испытание покрытия в паре с материалом, на который оно наносится. В последнем случае механические свойства покрытий определяют при испытании образцов нанесённых на подложку из материала, подлежащего защите. Если покрытие, равномерно нанесено на подложку, растягиваемую за концы, то полагая его достаточно тонким и эластичным, чтобы существенно не влиять на деформации подложки и рассуждая «в рамках сопромата» приходим к выводу о концентрации напряжений на концах растянутой плёнки покрытия.

В рассматриваемом случае подходы сопротивления материалов не позволяют установить законы распределения усилий взаимодействия покрытия и подложки, а лишь указывают на наличие концентрации напряжений и дают оценку главного вектора системы напряжений в очаге концентрации.

Аналогичная ситуация возникает при испытаниях плоских образцов с однослойным композитным покрытием на изгиб по так называемой *трёхточечной* схеме [4].

Рассматривая деформации двух представленных типов образцов видим, что обе задачи могут быть сведены к двумерной, так называемой *плоской задаче* теории упругости. В первом случае это так называемое *плоское напряжённое состояние*. Во втором – *плоско-деформированное состояние*, обусловленное изгибом образца-пластины по цилиндрической поверхности. Теория цилиндрического изгиба пластин в принципе совершенно аналогична технической теории изгиба балок, и ни каких преимуществ по сравнению с сопроматом в рассматриваемых задачах не даёт [5, 6].

**Цель работы** – автоматизация метрологического обеспечения материаловедческих исследований и разработка блок-схемы программы двумерных задач средствами расчёта напряжённо-деформированного состояния образцов.

**Решение вопроса.** Наиболее прост для понимания и программной реализации в данном случае метод конечных разностей (МКР) [1].

Наложим на рассматриваемую область ортогональную сетку регулярной структуры с шагом  $\Delta_x$  и  $\Delta_y$  в направлении осей X и Y и нумерацией узлов по k и i соответственно. Тогда, производные функции  $\varphi(x,y)$  выразятся через её значения в узлах сетки с погрешностью аппроксимации  $O(\Delta^2)$  следующими конечно-разностными операторами [6]:

$$\begin{aligned} \varphi_x^{k,i} &= \frac{1}{2\Delta_x} (\phi_{k,i+1} - \phi_{k,i-1}); \quad \varphi_{xx}^{k,i} = \frac{1}{\Delta_x^2} (\phi_{k,i-1} - 2\phi_{k,i} + \phi_{k,i+1}) \\ \varphi_{xy}^{k,i} &= \frac{1}{4\Delta_x\Delta_y} [\phi_{k+1,i+1} - (\phi_{k-1,i+1} + \phi_{k+1,i-1}) + \phi_{k-1,i-1}]; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\varphi_y^{k,i} = \frac{1}{2\Delta_y} (\phi_{k+1,i} - \phi_{k-1,i}); \quad \varphi_{yy}^{k,i} = \frac{1}{2\Delta_y^2} (\phi_{k-1,i} - 2\phi_{k,i} + \phi_{k+1,i})$$

где каждый нижний индекс означает дифференцирование по соответствующей координате, а верхние – узел сетки.

Точные конечные алгоритмы решения систем разностных уравнений со многими неизвестными становятся неустойчивыми (из-за малых разностей близких величин и ошибок округления), а также, не смотря на разрежённость матриц, требуют большого объёма машинной памяти. В этом случае отмечается эффективность итерационных методов [7]. Преобразуем выражение (1) для производных функций u и v и получаем их конечно-разностные аналоги в точке k,i в виде, преобразованном для итераций:

$$\begin{aligned} 2u_{1k,i} &= \alpha_1 (u_{1k,i-1} + u_{1k,i+1}) + \alpha_2 (u_{1k-1,i} + u_{1k+1,i}) + \\ &+ \alpha_3 (u_{2k-1,i-1} - u_{2k-1,i+1} - u_{2k+1,i-1} + u_{2k+1,i+1}) + \alpha_4 X_{k,i}; \\ 2u_{2k,i} &= \alpha_5 (u_{2k,i-1} + u_{2k,i+1}) + \alpha_6 (u_{2k-1,i} + u_{2k+1,i}) + \\ &+ \alpha_7 (u_{1k-1,i-1} - u_{1k-1,i+1} - u_{1k-1,i-1} + u_{1k+1,i+1}) + \alpha_8 X_{k,i}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь перебираются все пары k,i соответствующие точкам внутри области ограниченной контуром. Поскольку в левую часть (2) попадают значения u и v в контурных точках, то неизвестных больше чем уравнений. Для получения единственного решения система (2) должна быть дополнена конечно-разностными соотношениями, вытекающими из граничных условий.

Наиболее просто граничные условия учитываются на участках контура, где заданы перемещения, т.е. дислокационные нагрузки. В этом случае задают перемещения точек контура. После этого неизвестных будет столько, сколько уравнений, т.е. внутриконтурных точек. Итерации (2) выполняют для внутриконтурных точек. Численными экспериментами установлено, что для граничных условий в перемещениях итерации по Зейделю всегда сходятся.

Несколько сложнее записываются граничные условия в напряжениях, когда заданы усилия на контуре. Подставляя в конечно-разностные соотношения для функций u и v через центральные разности (1) получим:

$$\begin{aligned} \sigma_{xk,i} &= \frac{C_{11}}{(2\Delta_x)(u_{k,i+1} - u_{k,i-1})} + \frac{C_{12}}{(2\Delta_y)(v_{k+1,i} - v_{k-1,i})}; \\ \sigma_{yk,i} &= \frac{C_{21}}{(2\Delta_x)(u_{k,i+1} - u_{k,i-1})} + \frac{C_{22}}{(2\Delta_y)(v_{k+1,i} - v_{k-1,i})}; \\ \tau_{xyk,i} &= \frac{C_{44}}{2\Delta_y}(u_{k+1,i} - u_{k-1,i}) + \frac{C_{44}}{(2\Delta_x)}(v_{k,i+1} - v_{k,i-1}). \end{aligned} \quad (3)$$

Формулы (3) позволяют выразить перемещения в одном ряде законтурных точек через усилия на тех участках контура, где заданы граничные условия в напряжениях. После чего перемещения контурных точек определяют путём интерполяции, т.е. получают дополнительные уравнения (итерационные формулы). В ряде случаев целесообразно использовать односторонние разности и разности повышенной точности [8,9].

**Блок-схема программы плоской задачи теории упругости (ПЗТУ) для ортотропного материала.** На рис. 1 представлена блок-схема программы на языке Pascal ABC.

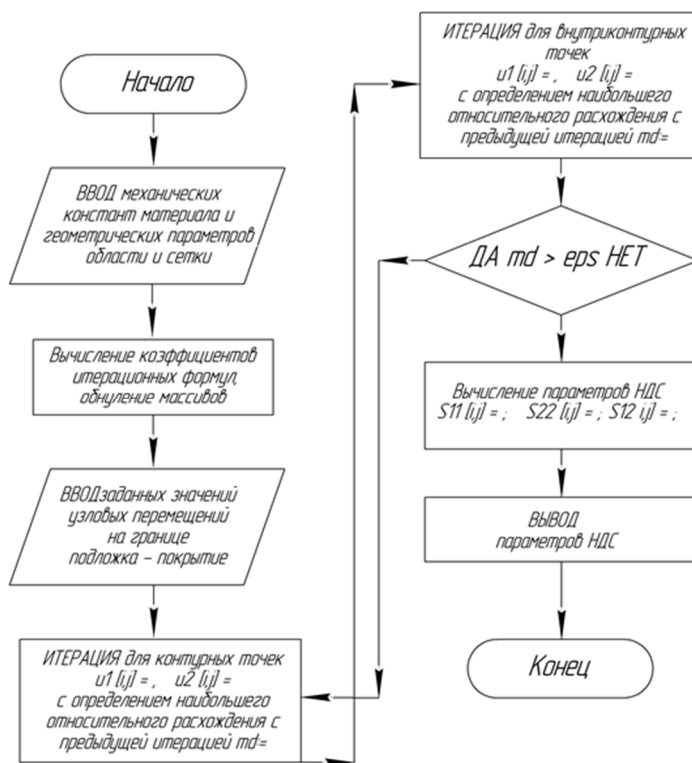


Рисунок 1 – Блок-схема программы решения в конечных разностях ПЗТУ в перемещениях

Поскольку определение напряжений включает численное дифференцирование и ведёт к снижению точности, вычисление функции перемещений необходимо вести с запасными цифрами. В качестве критерия точности принимается относительное расхождение результатов очередной и предыдущей итерации в точке  $k, i$ , т.е.

$$\delta_{k,i}^{(n)} = \text{mod} \left( \left( \phi_{k,i}^{(n)} - \phi_{k,i}^{(n-1)} \right) / \phi_{k,i}^{(n)} \right). \quad (4)$$

Здесь нижние индексы относятся к узлу сетки (точке), а верхние к номеру итерации. Итерации заканчиваются, когда для всех внутриконтурных точек выполняется условие:

$$\delta < \varepsilon. \quad (5)$$

**Пример расчета НДС образца с покрытием.** На рис. 2 представлены эпюры напряжений на границе раздела фаз стальная основа – покрытие, рассчитанные по программе, реализующей предложенный алгоритм. В качестве покрытия использовали промышленный эпоксидный олигомер марки ЕД-20 (ГОСТ 10587-840) с отвердителем полиэтиленполиамином ПЕПА (ТУ 6-05-241-202-78). Параметры покрытия (в виде полимерной матрицы): модуль Юнга  $E = 3,6 \cdot 10^5$  МПа. Параметры стальной основы: модуль Юнга  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ . Геометрические параметры основы и покрытия: длина –  $l = 25$  мм; ширина –  $b = 15$  мм; толщина покрытия –  $h = 0,6$  мм.

В табл. 1 приведены напряжения на границе стальной основы (подложки) и покрытия, рассчитанные по программе, реализующей предложенный алгоритм.

Предполагали, что как тангенциальные, так и нормальные напряжения при трехточечном изгибе равномерно распределены на границе раздела фаз основа - покрытие в обоих направлениях от оси  $Y$  (рис. 2). Экспериментально установлено, что покрытие толщиной –  $h = 0,6$  мм разрушается при силе нагрузки  $P = 400$  Н (табл. 1). При этом вид разрушения покрытия – растрескивание. С использованием разработанной программы, алгоритм и блок-схема которой приведена выше, рассчитано и установлено, что в центре покрытия (на оси  $Y$ ) величина нормальных напряжений составляет  $\sigma_y = -0,12$  МПа (заметим, что при проведении эксперимента на изгиб покрытия находилось снизу относительно основания), а тангенциальные напряжения  $\tau_{xy} = 0$ .

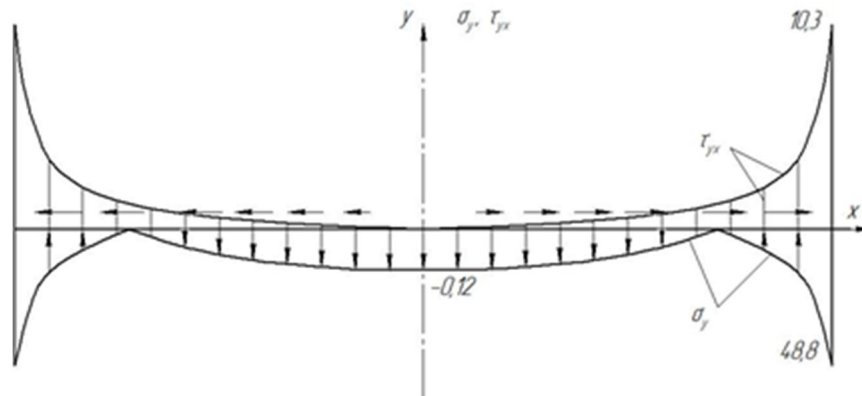


Рисунок 2 – Напряжения на границе раздела фаз покрытие – стальная основа

Таблица 1 – Напряжения на границе раздела фаз покрытие – основа

Расстояние от оси $Y$ покрытия, мм	$\sigma_y$ , МПа	$\tau_{xy}$ , МПа	Параметры, при каких разрушалось покрытие		Вид разрушения покрытия	Материал покрытия
			$P$ , Н	$\Delta$ , мм		
0	-0,12	0	400	7,6	Растрескивание	Матрица
6,25	-0,07	0,07				
12,50	48,80	10,30				

Кроме этого, на расстоянии  $l = 6,25$  мм от осевой линии  $y$  покрытия нормальные напряжения уменьшаются и составляют  $\sigma_y = -0,07$  МПа, а тангенциальные напряжения возрастают до  $\tau_{xy} = 0,07$  МПа. На торцах образца установлено максимальное возрастание напряжений в покрытии, величина которых составляет:  $\sigma_y = 48,80$  МПа,  $\tau_{xy} = 10,30$  МПа.

Таким образом, используя разработанное программное обеспечение на языке Pascal ABC относительно разработанных материалов, можно с помощью простой, разработанной нами методикой, анализировать показатели напряжений, которые возникают на границе раздела фаз основа – покрытие. Это, в свою очередь, позволит прогнозировано управлять свойствами композитных материалов во время их эксплуатации в критических условиях.

Исходя из изложенного выше можно сделать следующие **выводы**.

1. Выполнен анализ существующих решений и предложены итерационный алгоритм и программа расчета напряжений в образцах по методу конечных разностей.

2. Выполнено исследование напряженно-деформированного состояния системы полимерное покрытие – стальная основа и рассчитаны нормальные и тангенциальные напряжения в покрытии; в качестве исходных данных использовали геометрические характеристики, модуль Юнга и коэффициент Пуассона основы и покрытия.

3. Установлено, что результаты расчёта напряженно-деформированного состояния образцов эпокомпозитных покрытий хорошо согласуются с характером разрушения, наблюдаемым в экспериментах, и позволяют сделать относительно строгие количественные оценки их адгезионной прочности.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глазьев С. Ю. Эволюция технико-экономических систем: возможности и границы централизованного регулирования. Москва : Наука, 1992. 232с.

2. Крыжановский В. К. Технические свойства полимерных материалов: учеб.-справ. пособие. Санкт-Петербург : Профессия, 2007. 235 с.

3. Кербер М. Л., Виноградов В. М., Головкин Г. С. Полимерные композиционные материалы: структура, свойства, технология: учеб. пособие / под. ред. А. А. Берлина. Санкт-Петербург : Профессия, 2008. 560 с.

4. Стухляк П. Д. Эпоксидные композиты для защитных покрытий. Тернополь : Збруч, 1994. 177 с.

5. Долгов Н. А. Сопротивление деформированию и разрушению материалов с функциональными покрытиями. Тернополь : Крок, 2010. 231с.

6. Стухляк П. Д., Букетов А. В., Добротвор І. Г. Епоксикомпозитні матеріали, модифіковані енергетичними полями. Тернопіль : Збруч, 2009. 208 с.

7. Суслов В. П., Качанов Ю. П., Спихтаренко В. Н. Строительная механика корабля и основы теории упругости. Ленинград : Судостроение, 1972. 720 с.

8. Корнишин М. С. Нелинейные задачи теории пластин и пологих оболочек и методы их решения. Москва : Наука, 1964. 192 с.

9. Варвак П. М., Варвак Л. П. Метод сеток в задачах расчёта строительных конструкций. Москва : Стройиздат, 1977. 160 с.

10. Бойцов Г. В. Палий О. М., Постнов В. А., Чувиковский В. С. Справочник по строительной механике корабля. Теория упругости, пластичности и ползучести. Численные методы. Ленинград : Судостроение, 1982. Т. 2. 464 с.

## REFERENCES

1. Glazev S.Yu. (1992). *Evolyutsiya tehniko-ekonomicheskikh sistem: vozmozhnosti i granitsyi tsentralizovannogo regulirovaniya*. M.: Nauka.

2. Kryzhanovskiy V. K. (2007). *Tekhnicheskie svoystva polimernyih materialov: ucheb.-sprav. posobie*. SPb.: Professiya.

3. Kerber M. L., Vinogradov V. M., & Golovkin G. S. (2008). *Polimernyye kompozitsionnyie materialyi: struktura, svoystva, tehnologiya: ucheb. posobie / pod. red. A. A. Berlina*. SPb.: Professiya.

4. Stuhlyak P. D. (1994). *Epoksidnyie kompozityi dlya zaschitnyih pokrytityi*. Ternopol: Zbruch.

5. Dolgov N.A. (2010). *Soprotivlenie deformirovaniyu i razrusheniyu materialov s funktsionalnyimi pokrytityami*. Ternopol: Krok.

6. Stuhlyak P.D., Buketov A.V., & Dobrotvor I.G. (2009). *Epoksikompozitni materIali, modiflkovanI energetichnimi polyami*. Ternopol: Zbruch.

7. Suslov V.P., Kachanov Yu.P., & Spihtarenko V.N. (1972). *Stroitelnaya mehanika korablya i osnovyi teorii uprugosti*. L.: Sudostroenie.

8. Kornishin M.S. (1964). *Nelineynnye zadachi teorii plastin i pologih obolochek i metody ih resheniya*. M.: Nauka.
9. Varvak P.M., & Varvak L.P. (1977). *Metod setok v zadachah raschYota stroitelnyih konstruktsiy*. M.: Stroyizdat.
10. Boytsov G.V. Paliy O.M., Postnov V.A., Chuvikovskiy V.S. (1982). *Spravochnik po stroitelnoy mehanike korablya. Teoriya uprugosti, plastichnosti i polzuchesti. Chislennyye metody*. L.: Sudostroenie.

**Алексенко В. Л., Богдан А. П. ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СИСТЕМИ «МЕТАЛЕВА ОСНОВА – ЗАХИСНЕ ПОКРИТТЯ»**

*Виконані дослідження системи полімерне покриття – стальна основа і розраховані нормальні та тангенційні напруження в покритті. Проведений аналіз існуючих рішень і розглянуті питання забезпечення досліджень в області композитних матеріалів та захисних покриттів на їх основі засобами розрахунку напружено-деформованого стану зразків. Запропоновані ітераційний алгоритм і програма методу кінцевих різниць, що розповсюджується у відкритих кодах, що рекомендовані для використання і вдосконалення як альтернатива програмним комплексам метода кінцевих елементів для двовимірних областей обмежених довільним контуром. Встановлено, що результати розрахунку напружено-деформованого стану зразків епоксикомпозитних покриттів добре узгоджуються з характером руйнування, що спостерігаються в експериментах та дають можливість зробити кількісні оцінки адгезійної міцності.*

**Ключові слова:** композитні матеріали, захисні покриття, напружено-деформований стан, автоматизація обробки результатів непрямих вимірювань.

**Aleksenko V. L., Bohdan A. P. INVESTIGATION OF THE STRESSEDLY-DEFORMED CONDITION OF THE SYSTEM «METAL BASIS – PROTECTIVE COATING»**

*The questions of providing of researches are considered in area of composite materials and sheeting on their base by facilities of calculation of the tense-deformed state of standards. An iteration algorithm and program of method of eventual differences is offered, recommended for the use and perfection as an alternative to the programmatic complexes of method of eventual elements for the two-dimensional areas of limited by an arbitrary contour.*

**Keywords:** composite material, protective coatings, stressedly-deformed state, automation of the processing of the results of indirect measurements.

© Алексенко В. Л., Богдан А. П.

Статтю прийнято  
до редакції 19.11.17