

ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛИНЫ ЛОКСОДРОМИИ И ОРТОДРОМИИ ДЛЯ ПРОТЯЖЕННЫХ МАРШРУТОВ ПЛАВАНИЯ С УЧЕТОМ СФЕРОИДИЧНОСТИ ЗЕМЛИ

Спешилов В.М.,

Херсонский государственный морской институт

Расчет длины ортодромии с помощью формул сферической тригонометрии с использованием Таблиц натуральных значений тригонометрических функций сопряжен с определенными трудностями, если ортодромия пересекает земной экватор или разность долгот начальной и конечной точек ортодромии превышает 90° . В этом случае возникает необходимость преобразования формул с учетом «правил знаков». В судовых условиях для математических расчетов целесообразно применение упрощенных (прикладных) математических формул, которые не являются приближенными, но более удобны при применении в целях снижения вероятности ошибок, связанных с применением «правил знаков» при решении тригонометрических уравнений.

Ключевые слова: ортодромия, расчет длины локсодромии и ортодромии, маршрут плавания, сфероидичность земли.

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными практическими задачами. Одной из главных задач судовождения является обеспечение безопасности перехода судна из порта отхода в порт назначения по наиболее экономически выгодному пути. Существенным фактором экономической эффективности эксплуатации судна является сокращение ходового времени, так как суточная стоимость судна на ходу значительно больше, чем суточная стоимость на стоянке. Определяющим фактором экономии ходового времени является оптимизация пути судна на трансокеанском участке маршрута перехода, так как прибрежное плавание лимитировано опасностями рельефа морского дна, границами опасных и запретных для плавания районов, а также системой пассивного и активного управления движением судов. Оптимизация трансокеанского пути судна сводится к выбору кратчайшего и наивыгоднейшего пути судна с учетом гидрометеорологической обстановки в районе плавания. Выбор кратчайшего пути судна производится в сравнении локсодромического и ортодромического расстояния между начальной и конечной точками трансокеанского участка маршрута перехода. Во всех учебниках по навигации изложен порядок вычисления длины локсодромии и ортодромии на сфере. Для повышения точности расчета кратчайшего пути судна на трансокеанском участке маршрута перехода необходимо вычислять длину локсодромии и ортодромии с учетом сфероидичности Земли.

Анализ последних достижений и публикаций, в которых начато решение данной проблемы и выделение нерешенных ранее частей общей проблемы. Формулы для расчета локсодромического и ортодромического

расстояний ($S_{лок}$ и $D_{орт}$) приведены во многих учебниках по навигации [1-3]. При этом формула для расчета ортодромического расстояния, приведенная в этих изданиях, удобна для применения, если расчет ведется с помощью счетно-решающего устройства компьютера или научного калькулятора (scene-traffic calculator). Если расчет производится с помощью Таблиц натуральных значений тригонометрических функций, то порядок расчета длины ортодромии с помощью приведенной в учебниках по навигации формулы усложняется, если разность долгот начальной и конечной точек ортодромии превышает 90° и если эти точки находятся в разных полушариях земного шара (в северном полушарии и южном полушарии). В учебнике по навигации [4] приведены приближенные формулы аналитического счисления локсодромического пути судна с учетом сфероидичности Земли. Однако эти формулы имеют ограничение в применении, так как они практически точны для разностей широт начальной и конечной точек прямолинейного локсодромического пути не более, чем 20° ($\Delta\varphi \leq 20^\circ$)

В мореходных таблицах ГУНиО МО РФ [5, 7] изложен порядок вычисления длины ортодромии с учетом сфероидичности Земли с применением специальной поправки, которую выбирают из таблицы для вычисления длины и азимута геодезической линии [6]. Однако таблица не входит в конвенционный перечень судовой коллекции навигационных руководств и пособий для плавания и поэтому на судах отсутствует.

Цель статьи. Целью данной статьи является определение порядка вычисления в судовых условиях длины локсодромии и ортодромии для протяженных маршрутов плавания с учетом сфероидичности Земли.

Изложение основного материала исследования. Базовой формулой для расчета ортодромического расстояния между двумя точками А и В является известная формула:

$$D_{ОРТ} = \arccos(\sin \varphi_A \sin \varphi_B + \cos \varphi_A \cos \varphi_B \cos \Delta \lambda_{AB}), \quad (1)$$

где φ_A и φ_B – географические широты точек А и В; $\Delta \lambda_{AB}$ – разность долгот точек А и В.

Если учесть возможность пересечения ортодромии земного экватора, а также возможную разность долгот начальной и конечной точек ортодромии более 90° ($\Delta \lambda_{AB} > 90^\circ$), то формула (1) удобна для применения, если расчет длины ортодромии производится с помощью компьютера или научного калькулятора, так как счетно-решающее устройство этих приборов учитывает все зависимости тригонометрических функций, в том числе и такие:

$$\sin(-\varphi) = -\sin \varphi \quad (2)$$

$$\cos(-\varphi) = \cos \varphi \quad (3)$$

$$\cos \Delta \lambda = -\cos(180^\circ - \Delta \lambda), \text{ если } \Delta \lambda > 90^\circ \quad (4)$$

$$\arccos(-n) = 180^\circ - \arccos(+n). \quad (5)$$

Таким образом, при использовании компьютера или научного калькулятора достаточно ввести аргумент φ_A или φ_B со знаком минус ($-\varphi_A$) или ($-\varphi_B$), если точка А или В расположена в южном полушарии земного шара.

При использовании Таблиц натуральных значений тригонометрических функций, формула (1) видоизменяется, если разность долгот начальной и конечной точек ортодромии превышает 90° ($\Delta \lambda_{AB} > 90^\circ$) или если ортодромия пересекает земной экватор:

- если $\Delta \lambda_{AB} > 90^\circ$ и при этом ортодромия не пересекает земной экватор, то формула (1) приобретает следующий вид:

$$D_{OPT} = \arccos\{\sin \varphi_A \sin \varphi_B + \cos \varphi_A \cos \varphi_B [-\cos(180^\circ - \Delta \lambda_{AB})]\}; \quad (6)$$

- если ортодромия пересекает земной экватор и при этом $\Delta \lambda_{AB} < 90^\circ$, то формула (1) приобретает следующий вид:

$$D_{OPT} = \arccos[\sin(\pm \varphi_A) \sin(\pm \varphi_B) + \cos \varphi_A \cos \varphi_B \cos \Delta \lambda_{AB}]; \quad (7)$$

- если ортодромия пересекает земной экватор и при этом $\Delta \lambda_{AB} > 90^\circ$, то формула (1) приобретает следующий вид:

$$D_{OPT} = \arccos\{\sin(\pm \varphi_A) \sin(\pm \varphi_B) + \cos \varphi_A \cos \varphi_B [-\cos(180^\circ - \Delta \lambda_{AB})]\}; \quad (8)$$

С учетом равенств (2-5) формулы (6-8) можно упростить:

- если ортодромия не пересекает земной экватор (φ_A и φ_B – одноименны), но при этом $\Delta \lambda_{AB} > 90^\circ$:

$$D_{OPT} = \arccos[\sin \varphi_A \sin \varphi_B - \cos \varphi_A \cos \varphi_B \cos(180^\circ - \Delta \lambda_{AB})]; \quad (9)$$

- если ортодромия пересекает земной экватор (φ_A и φ_B – разноименные) и при этом $\Delta \lambda_{AB} < 90^\circ$:

$$D_{OPT} = \arccos(\cos \varphi_A \cos \varphi_B \cos \Delta \lambda_{AB} - \sin \varphi_A \sin \varphi_B); \quad (10)$$

- если ортодромия пересекает земной экватор и при этом $\Delta \lambda_{AB} > 90^\circ$, то с учетом того, что числовое значение в фигурных скобках формулы (8) при любых величинах φ_A и φ_B получается со знаком минус ($D_{OPT} = \arccos\{-n\}$) – формула (8) приобретает следующий вид:

$$D_{OPT} = 180^\circ - \arccos[\sin \varphi_A \sin \varphi_B + \cos \varphi_A \cos \varphi_B \cos(180^\circ - \Delta \lambda_{AB})]. \quad (11)$$

Вычисление в судовых условиях длины локсодромии и ортодромии с учетом сфероидичности Земли целесообразно производить в следующей последовательности:

1. Вычисляют разность широт и разность долгот начальной и конечной точек трансокеанского пути судна:

$$\begin{aligned} \pm \Delta \varphi_{HK} &= (\pm \varphi_K) - (\pm \varphi_H), \\ \pm \Delta \lambda_{HK} &= (\pm \lambda_K) - (\pm \lambda_H). \end{aligned}$$

2. Вычисляют среднее значение широт начальной и конечной точек трансокеанского пути судна:

$$\pm \varphi_{CP.HK} = \frac{(\pm \varphi_H) + (\pm \varphi_K)}{2}.$$

3. Вычисляют разность меридиональных частей начальной и конечной точек трансокеанского пути судна:

$$PMЧ = (\pm MЧ_K) - (\pm MЧ_H),$$

где $MЧ_H$ и $MЧ_K$ – меридиональные части начальной и конечной точек трансокеанского пути судна, значения которых выбирают из сборника мореходных таблиц [2] или вычисляют по формуле:

$$MЧ = 7915,704468 \lg \left[\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_H(\kappa)}{2} \right) \left(\frac{1 - e \operatorname{Sin} \varphi_H(\kappa)}{1 + e \operatorname{Sin} \varphi_H(\kappa)} \right)^{0,5e} \right],$$

где e – первый эксцентриситет референц-эллипсоида.

4. Вычисляют локсодромический курс на трансокеанском пути судна:

$$K_{\text{ЛОК}} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta \lambda_{HK}}{PMЧ_{HK}}.$$

5. Вычисляют длину локсодромии с учетом сфероидичности Земли.

5.1. Если $\Delta \varphi_{HK} \leq 20^\circ$, то можно применить приближенную формулу:

$$S_{\text{ЛЛО}} = \frac{\Delta \varphi \operatorname{Sec} K_{\text{ЛОК}}}{1 + (\pm f)},$$

где f – коэффициент для учета сфероидичности Земли, величину которого выбирают из сборника мореходных таблиц [2] или вычисляют по формуле:

$$\pm f = -0,00180896 + 0,00669342(1 - 1,5 \operatorname{Sin}^2 \varphi_{CP.HK}).$$

5.2. Если $\Delta \varphi_{HK} = 0^\circ$, то длину локсодромии с учетом сфероидичности Земли вычисляют по формуле:

$$S_{\text{ЛЛО}} = \frac{\Delta \lambda \operatorname{Cos} \varphi_{CP.HK} \operatorname{Co} \operatorname{sec} K_{\text{ЛЛО}}}{1 + (\pm g)},$$

где g – коэффициент для учета сфероидичности Земли, величину которого выбирают из сборника мореходных таблиц [2] или вычисляют по формуле:

$$\pm g = -0,00180896 - 0,0033908 \operatorname{Sin}^2 \varphi_{CP.HK} + 0,00001269 (\Delta \varphi_{HK}^\circ)^2 (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \varphi_{CP.HK}).$$

5.3. Если $\Delta \varphi_{HK} > 20^\circ$ и при этом $\varphi_H = 0^\circ$ или $\varphi_K = 0^\circ$, то длину локсодромии с учетом сфероидичности Земли вычисляют по формуле:

$$S_{\text{ЛОК}} = [\varphi'_{H(K)} + 0,0001337107 \varphi'_{H(K)} - 8,65896 \operatorname{Sin} 2 \varphi_{H(K)} + 0,00904 \operatorname{Sin} 4 \varphi_{H(K)}] \operatorname{Sec} K_{\text{ЛОК}}, \quad (12)$$

где $\varphi_{H(K)}$ – натуральное значение широты начальной или конечной точки трансокеанского пути судна.

5.4. Если $\Delta \varphi_{HK} > 20^\circ$ и при этом φ_H и φ_K – одноименны, то длину локсодромии с учетом сфероидичности Земли вычисляют по формуле:

$$S_{ЛОК} = [(\varphi_{\max} - \varphi_{\min})' + 0,0001337107\varphi'_{\max} - 8,65896\text{Sin}2\varphi_{\max} + 0,00904\text{Sin}4\varphi_{\max} - 0,0001337107\varphi'_{\min} + 8,65896\text{Sin}2\varphi_{\min} - 0,00904\text{Sin}4\varphi_{\min}] \text{Sec}K_{ЛОК} \quad (13)$$

где φ_{\max} – наибольшее натуральное значение широты начальной или конечной точек трансокеанского пути судна; φ_{\min} – наименьшее натуральное значение широты начальной или конечной точек трансокеанского пути судна.

5.5. Если $\Delta\varphi_{НК} > 20^\circ$ и при этом φ_H и φ_K – разноименны, то длину локсодромии с учетом сферодичности Земли вычисляют по формуле:

$$S_{ЛОК} = [(\varphi_H + \varphi_K)' + 0,0001337107\varphi'_H - 8,65896\text{Sin}2\varphi_H + 0,00904\text{Sin}4\varphi_H + 0,0001337107\varphi'_K - 8,65896\text{Sin}2\varphi_K + 0,00904\text{Sin}4\varphi_K] \text{Sec}K_{ЛОК} \quad (14)$$

где φ_H и φ_K – натуральные значения широты начальной и конечной точек трансокеанского пути судна.

Если вычисление с помощью формул (1)÷(3) производят с помощью таблиц натуральных значений тригонометрических функций, то необходимо учитывать следующие особенности:

1. Если $2\varphi > 90^\circ$ или $180^\circ > 4\varphi > 90^\circ$, то $\text{Sin}2\varphi = \text{Sin}(180^\circ - 2\varphi)$, $\text{Sin}4\varphi = \text{Sin}(180^\circ - 4\varphi)$.

2. Если $360^\circ > 4\varphi > 180^\circ$, то $\text{Sin}4\varphi = -\text{Sin}(360^\circ - 4\varphi)$.

Длину геодезической линии вычисляют по формуле:

$$S_{Г.Л.} = S_{ЛОК} - \Delta S,$$

где $S_{ЛОК}$ – длина локсодромии с учетом сферодичности Земли, ΔS – разность между длиной локсодромии с учетом сферодичности Земли и длиной геодезической линии, величину которой выбирают из таблицы 23-б сборника мореходных таблиц [5].

Выводы и перспектива дальнейшей работы по данному направлению. Предложенный в статье порядок вычисления длины локсодромии и ортодромии с учетом сферодичности Земли является одним из частных вопросов навигационного планирования перехода судна с помощью бумажных навигационных карт. Использование электронных картографических систем значительно упрощает процедуру навигационного планирования перехода, если судоводитель знает, какая методика измерения расстояния между точками маршрута перехода заложена в программное обеспечение этой системы. Поэтому судоводитель должен уметь вычислять эти расстояния всеми способами, чтобы методом последовательного исключения определить, какая методика вычисления этого расстояния заложена в программное обеспечение данной электронной картографической системы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ющенко А.П., Лесков М.М. Навигация : учебник для вузов. – М.: Транспорт, 1965. – 411 с.

2. Лесков М.М., Баранов Ю.К., Гаврюк М.И. Навигация : учебник [для вузов морск. транспорта]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1986. – 360 с.
3. Дмитриев В.И., Григорян В.Л., Катенин В.А. Навигация и лоция : учебник для вузов / В.И. Дмитриев. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2004. – 471 с.
4. Дмитриев В.И. Навигация и лоция: [учебник для вузов] / Дмитриев В.И., Григорян В.Л., Катенин В.А.; под ред. В.И. Дмитриева. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2004. – 471 с.
5. Мореходные таблицы 1975 г. (МТ-75). – Изд. ГУНиО МО РФ.
6. Таблицы для вычисления длины и азимута геодезической линии. – Изд. УГС ВМФ РФ, 1961.
7. Мореходные таблицы 2000 г. (МТ-2000). – Изд. ГУНиО МО РФ.

Спешилов В.М. ОБЧИСЛЕННЯ ДОВЖИНИ ЛОКСОДРОМІЇ ТА ОРТОДРОМІЇ ДЛЯ ПРОТЯЖНИХ МАРШРУТІВ ПЛАВАННЯ З УРАХУВАННЯМ СФЕРОІДИЧНОСТІ ЗЕМЛІ

Розрахунок довжини ортодромії за допомогою формул сферичної тригонометрії з використанням Таблиць натуральних значень тригонометричних функцій стикається з певними труднощами, якщо ортодромія пересікає земний екватор та різниця довгот початкової та кінцевої точок ортодромії перебільшує 90°. У даному випадку виникає необхідність перетворення формул з урахуванням «правил законів». У суднових умовах доцільно використання спрощених (прикладних) математичних формул, які не є приблизними, а навпаки більш зручними у використанні, з метою зменшення можливості помилок, пов'язаних з використанням «правил законів» при розв'язуванні тригонометричних рівнянь.
Ключові слова: ортодромія, розрахунок довжини локсодромії та ортодромії, маршрут плавання, сфероїдичність землі.

Speshylov V.M. CALCULATION OF LENGTH OF LOXODROMY AND ORTHODROMY FOR EXTENDED ROUTES OF SAILING IN CONSIDERATION OF EARTH SPHEROIDICITY

Calculation of the length of orthodromy by means of formulas of spherical trigonometry using Tables of natural values of trigonometric functions is associated with certain difficulties if orthodromy crosses terrestrial equator or difference of longitudes of initial and final points of orthodromy exceeds 90°. In this case a need arises to convert formulas taking into account a rule of signs. Under conditions on board a ship for mathematical calculations it is expedient to apply simplified (applied) mathematical formulas that are not, approximated, but more convenient to be applied with a purpose of decreasing a probability of errors associated with application of the “rule of signs” while solving trigonometric equations.

Key words: orthodromy, calculation of the length of locsodromy and orthodromy, routes of sailing, earth spheroidicity.