

РАСЧЕТ ГРАНИЧНЫХ ПЕЛЕНГОВ К ЗОНАМ БЕЗОПАСНОСТИ СУДОВ*Алексишин А.В.**Одесская национальная морская академия*

В статье рассматривается вопрос определения граничных пеленгов на зону безопасности судна. Они определяют границы сектора недопустимых относительных курсов, ведущих к попаданию одного судна в зону безопасности другого судна.

Ключевые слова: зона безопасности судна, границы зоны безопасности, граничные пеленги.

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными или практическими заданиями. Формализация безопасной судовой зоны исследуется в последнее время достаточно интенсивно. При этом, если ее использовать, величина допустимой дистанции сближения является величиной переменной и зависит отряда факторов, которые требуют особого исследования.

Анализ последних исследований и публикаций и выделение нерешенных задач проблемы. Работы [1-8] посвящены вопросам формирования судовых безопасных зон, которые в большинстве своем могут представляться кругом, эллипсом либо четырехугольником. Описанная в работе [1] судовая безопасная зона используется в автоматизированной радиолокационной системе.

В работах [2, 3] приведены методы расчета геометрической формы зон столкновения судов, причем в публикации [2] описываются домены Гудвина и Дэвиса, а в статье [3] изложен метод расчета безопасной зоны в ситуациях обгона при хорошей и ограниченной видимости.

Формулировка целей статьи. Так как при использовании зон безопасности величина допустимой дистанции кратчайшего сближения является переменной, зависящей от ракурса, то стандартная процедура выявления опасности сближения по соотношению кратчайшего и предельно-допустимого расстояния становится неприменимой. В данной ситуации всякий раз требуется определить граничные пеленга на зону безопасности судна, которые составляют сектор недопустимых относительных курсов, ведущих к попаданию одного судна в зону безопасности другого. Лишь после этого производится проверка принадлежности начального относительного курса сектору недопустимых курсов.

Поэтому вначале необходимо рассмотреть способ расчета граничных пеленгов к зоне безопасности цели для случаев, когда ее форма является эллипсом и прямоугольником.

Изложение материалов исследования. Рассмотрим определение граничных пеленгов при использовании зон безопасности в форме эллипсов. Если допустимая зона безопасности судна представляется эллипсом, то необходимо задать его полуоси a и b , которые совпадают по направлению соответственно с продольной и поперечной осями судна. Для вычисления граничных (предельных) пеленгов, определяющих множество опасных относительных курсов, ведущих к чрезмерному сближению судов, следует вначале привести аналитическое выражение для зоны безопасности при произвольном расположении судов в опорной системе координат \overline{XOY} , ось которой \overline{XX} совпадает с полуденной линией NS. С этой целью введем в рассмотрение еще две системы координат: промежуточную $\tilde{X}\tilde{O}\tilde{Y}$ и связанную с эллипсом XOY . Система координат XOY выбрана таким образом, что ее центр O совпадает с центром эллипса, а оси XX и YY направлены по его полуосям (рис. 1). В этой системе координат уравнение эллипса имеет следующий вид [9]:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (1)$$

Допустим, в начале системы координат \overline{XOY} находится судно, оценивающее опасность сближения. Промежуточная система координат $\tilde{X}\tilde{O}\tilde{Y}$ смещена относительно начала опорной системы и ее центр совпадает с центром эллипса, хотя оси обеих систем координат параллельны (рис. 2). Начало системы координат XOY совмещено с началом $\tilde{X}\tilde{O}\tilde{Y}$, но оси XOY повернуты на угол курса судна K относительно осей системы координат $\tilde{X}\tilde{O}\tilde{Y}$, как показано на рис. 2.

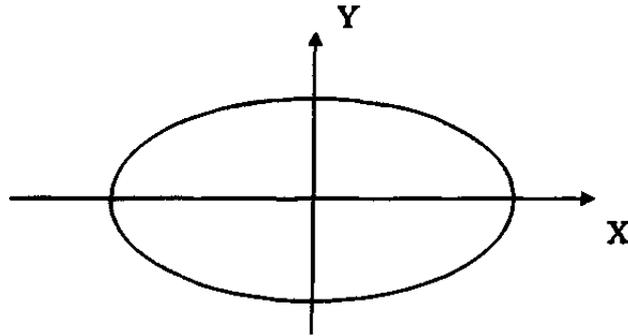


Рисунок 1 – Система координат XOY

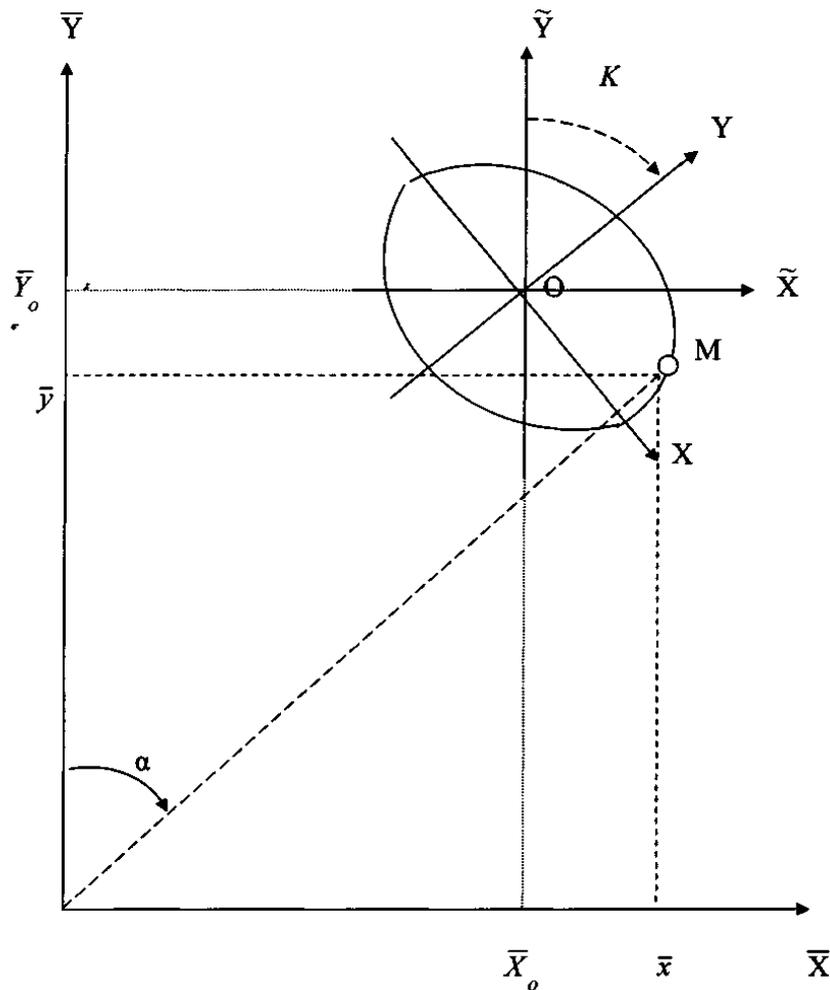


Рисунок 2 – Связь между системами координат

Очевидно, справедливы соотношения:

$$\bar{x} = \bar{X}_o + \tilde{x}, \bar{y} = \bar{Y}_o + \tilde{y}, \quad (2)$$

где \bar{X}_o и \bar{Y}_o – координаты центра эллипса в системе координат \overline{XOY} .

В свою очередь, как следует из рис. 3, координаты произвольной точки $M(\tilde{x}, \tilde{y})$ в зависимости от ее координат (x, y) в системе XOY выражаются следующим образом:

$$\tilde{x} = y \sin K + x \cos K, \tilde{y} = y \cos K - x \sin K.$$

В этом случае выражение (2) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \bar{X}_o + y \sin K + x \cos K, \\ \bar{y} &= \bar{Y}_o + y \cos K - x \sin K. \end{aligned} \quad (3)$$

Используя исходное уравнение эллипса (1) в системе координат XOY , получим следующее соотношение:

$$y = \pm b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}.$$

Используя исходное уравнение эллипса (1) в системе координат XOY , получим следующее соотношение:

$$y = \pm b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}.$$

Выбирая соответствующее значение y (например, со знаком плюс) и подставляя в выражения (3), получим:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \bar{X}_o + b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \sin K + x \cos K, \\ \bar{y} &= \bar{Y}_o + b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \cos K - x \sin K. \end{aligned} \quad (4)$$

Значение пеленга α (рис. 2) на точку M , принадлежащую эллипсу, в опорной системе координат \overline{XOY} можно найти из выражения:

$$\alpha = \arctg \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \arctg \frac{\bar{X}_o + b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \sin K + x \cos K}{\bar{Y}_o + b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \cos K - x \sin K} \quad (5)$$

Для нахождения граничных пеленгов α_{mn} и α_{mx} необходимо взять первую производную пеленга α по переменной x ($x \in [-a, a]$) и приравнять ее к нулю. Из полученного уравнения надлежит найти значения переменной x , при которых

достигаются экстремальные значения пеленга, а затем найти сами значения α_{mn} и α_{mx} , подставляя полученные значения x в формулу (4).

Продифференцируем по x выражение (5):

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\bar{x}}{\bar{y}}\right)^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{x}}{\bar{y}}\right).$$

Очевидно, искомому уравнению $\frac{\partial \alpha}{\partial x} = 0$ соответствует $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{x}}{\bar{y}}\right) = 0$.

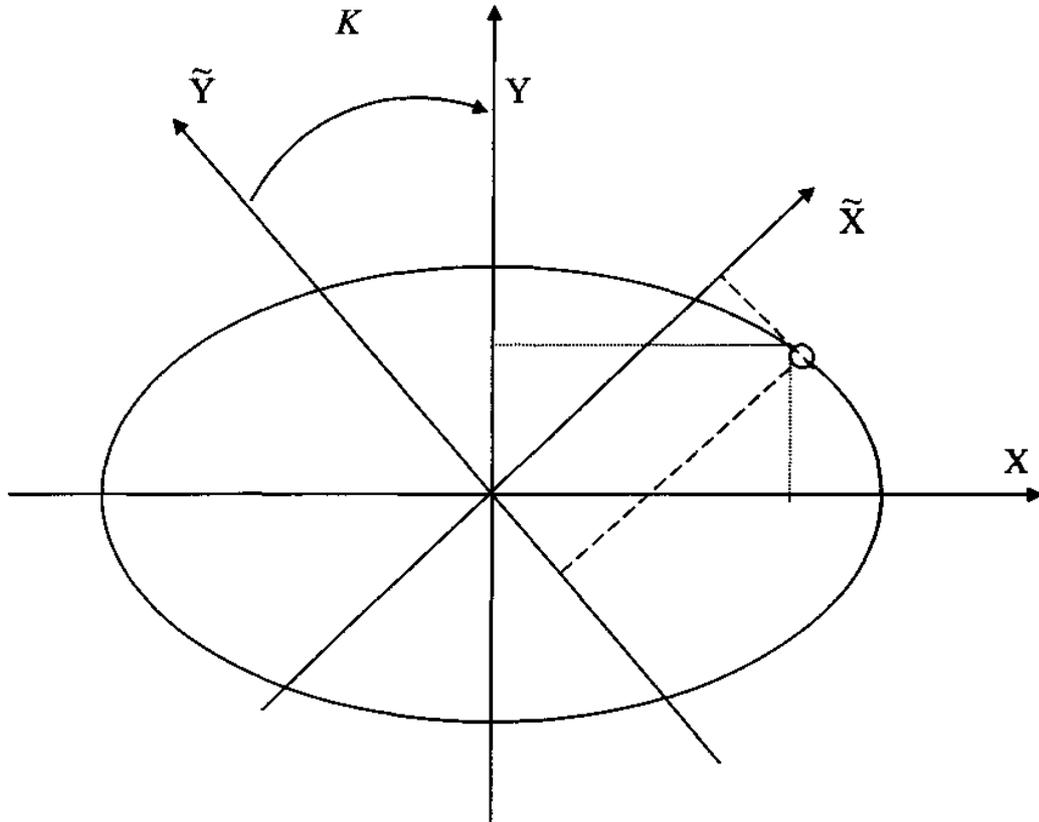


Рисунок 3 – Преобразование системы координат

Найдем выражение для $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{x}}{\bar{y}}\right)$. Учтываем, что:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{x}}{\bar{y}}\right) = \frac{\frac{\partial \bar{x}}{\partial x} \bar{y} - \frac{\partial \bar{y}}{\partial x} \bar{x}}{\bar{y}^2},$$

поэтому исходное уравнение принимает вид:

$$\frac{\partial \bar{x}}{\partial x} \bar{y} - \frac{\partial \bar{y}}{\partial x} \bar{x} = 0. \tag{6}$$

Найдем выражения для частных производных $\frac{\partial \bar{x}}{\partial x}$ и $\frac{\partial \bar{y}}{\partial x}$, используя выражения (4):

$$\frac{\partial \bar{x}}{\partial x} = \cos K - \frac{b}{a^2} \sin K \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}},$$

$$\frac{\partial \bar{y}}{\partial x} = \frac{b}{a^2} \cos K \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}} + \sin K.$$

Подставляем полученные выражения в уравнение (6):

$$\begin{aligned} & \left(\cos K - \frac{b}{a^2} \sin K \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}} \right) (\bar{Y}_o + b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \cos K - x \sin K) + \\ & + \left(\frac{b}{a^2} \cos K \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}} + \sin K \right) (\bar{X}_o + b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \sin K + x \cos K) = 0. \end{aligned}$$

После преобразований получим:

$$\begin{aligned} & \bar{Y}_o \cos K + \bar{X}_o \sin K + \frac{b}{a^2} \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}} (\bar{X}_o \cos K - \bar{Y}_o \sin K) + \\ & + b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} (\sin^2 K + \cos^2 K) + \frac{b}{a^2} \frac{x^2}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}} (\sin^2 K + \cos^2 K) = 0, \end{aligned}$$

или в более простом виде:

$$\bar{Y}_o \cos K + \bar{X}_o \sin K + \frac{b}{a^2} \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}} (\bar{X}_o \cos K - \bar{Y}_o \sin K) + b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} + \frac{b}{a^2} \frac{x^2}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}} = 0.$$

Перепишем последнее уравнение следующим образом:

$$\frac{b}{a^2} \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}} (\bar{Y}_o \sin K - \bar{X}_o \cos K) = \bar{Y}_o \cos K + \bar{X}_o \sin K + b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} + \frac{b}{a^2} \frac{x^2}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}},$$

откуда получим уравнение, содержащее в левой части переменную x :

$$x = \frac{a^2}{b(\bar{Y}_o \sin K - \bar{X}_o \cos K)} [(\bar{Y}_o \cos K + \bar{X}_o \sin K) \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} + b(1 - \frac{x^2}{a^2}) + \frac{b}{a^2} x^2].$$

Введем обозначения: $c = \frac{a^2}{b(\bar{Y}_o \sin K - \bar{X}_o \cos K)}$ и $r = (\bar{Y}_o \cos K + \bar{X}_o \sin K)$,

тогда последнее уравнение принимает следующий вид:

$$x = c[r \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} + b(1 - \frac{x^2}{a^2}) + \frac{b}{a^2} x^2], \text{ или } x + cb = cr \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}.$$

Возведем в квадрат обе части последнего уравнения и получим:

$$x^2 + 2cbx + c^2b^2 = c^2r^2(1 - \frac{x^2}{a^2}),$$

т.е.

$$(a^2 + c^2r^2)x^2 + 2a^2cbx + a^2(c^2b^2 - c^2r^2) = 0,$$

$$\text{или } x^2 + 2 \frac{a^2cb}{(a^2 + c^2r^2)} x + \frac{a^2c^2(b^2 - r^2)}{(a^2 + c^2r^2)} = 0. \quad (7)$$

Корни x_1 и x_2 квадратного уравнения (7) имеют следующий вид:

$$x_1 = -\frac{a^2cb}{a^2 + c^2r^2} + \sqrt{\left(\frac{a^2cb}{a^2 + c^2r^2}\right)^2 - \frac{a^2c^2(b^2 - r^2)}{(a^2 + c^2r^2)}},$$

$$x_2 = -\frac{a^2cb}{a^2 + c^2r^2} - \sqrt{\left(\frac{a^2cb}{a^2 + c^2r^2}\right)^2 - \frac{a^2c^2(b^2 - r^2)}{(a^2 + c^2r^2)}}.$$

Так как каждому из полученных корней соответствует в уравнении эллипса две координаты y , то экстремальные значения пеленгов α_{mn} и α_{mx} достигается в двух точках эллипса из четырех (рис. 4). Поэтому вначале необходимо вычислить значения четырех пеленгов, соответствующих полученным значениям корней x_1 и x_2 с помощью следующих выражений (используя (5)):

$$\alpha_1 = \arctg \frac{\bar{X}_o + b \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{a^2}} \sin K + x_1 \cos K}{\bar{Y}_o + b \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{a^2}} \cos K - x_1 \sin K},$$

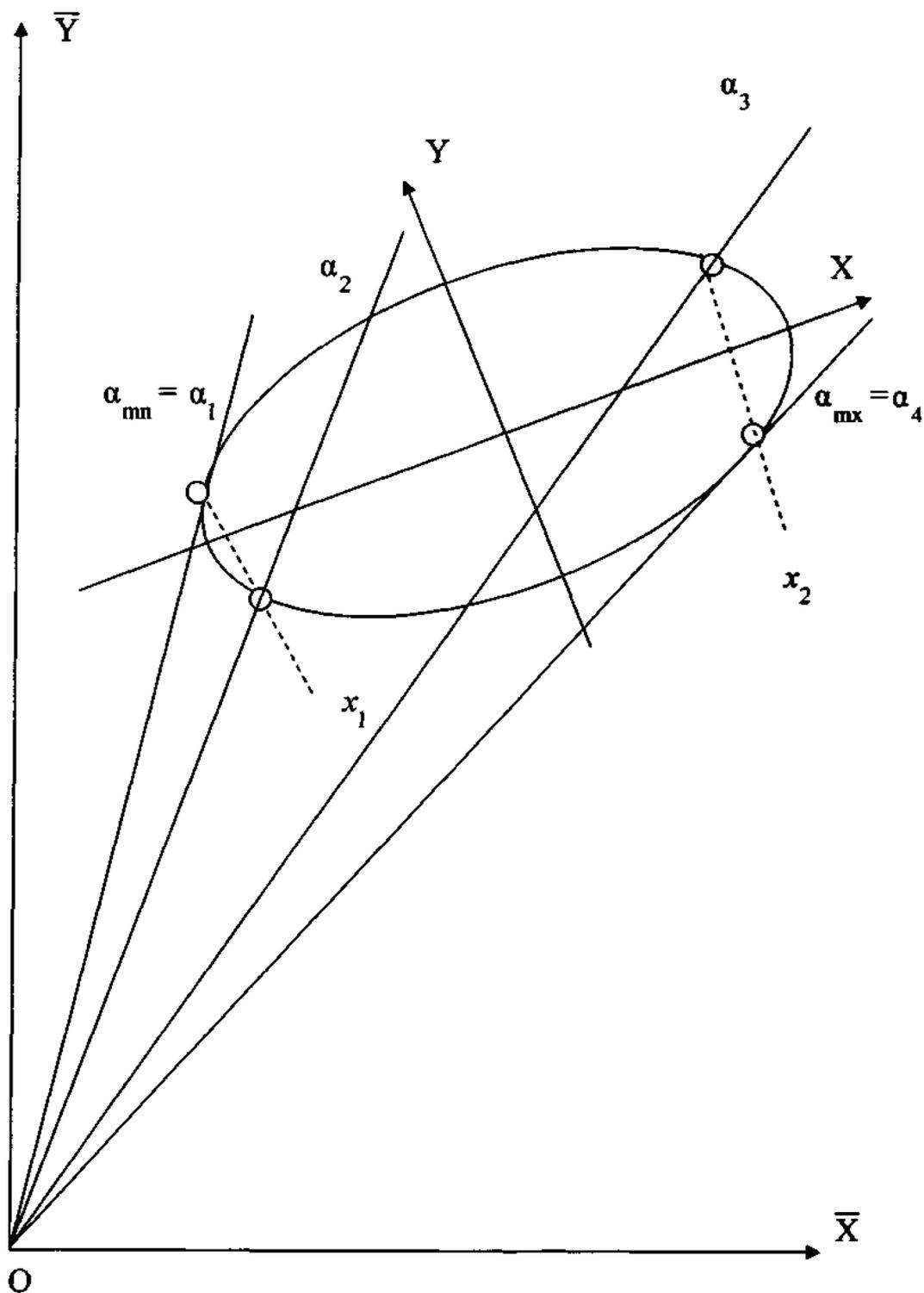


Рисунок 4 – К определению граничных значений пеленгов α_{mn} и α_{mx}

$$\alpha_2 = \arctg \frac{\bar{X}_o - b \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{a^2} \sin K + x_1 \cos K}}{\bar{Y}_o - b \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{a^2} \cos K - x_1 \sin K}},$$

$$\alpha_3 = \operatorname{arctg} \frac{\bar{X}_o + b \sqrt{1 - \frac{x_2^2}{a^2}} \sin K + x_2 \cos K}{\bar{Y}_o + b \sqrt{1 - \frac{x_2^2}{a^2}} \cos K - x_2 \sin K}, \quad (8)$$

$$\alpha_4 = \operatorname{arctg} \frac{\bar{X}_o - b \sqrt{1 - \frac{x_2^2}{a^2}} \sin K + x_2 \cos K}{\bar{Y}_o - b \sqrt{1 - \frac{x_2^2}{a^2}} \cos K - x_2 \sin K}.$$

Затем экстремальные значения пеленгов находятся из выражений:

$$\alpha_{\min} = \min \{ \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \}, \quad \alpha_{\max} = \max \{ \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \}$$

Полученные выражения (8) справедливы в случае, когда значения \bar{x} и \bar{y} одновременно являются положительными. Если это условие не выполняется, то в случае, когда $\bar{y} = 0$ при $\bar{x} > 0$ значение пеленга $\alpha = 90^\circ$, а при $\bar{x} < 0$ пеленг $\alpha = 270^\circ$. Если же $\bar{y} > 0$, то при $\bar{x} < 0$ $\alpha = 360^\circ - \operatorname{arctg} \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$, а в случае $\bar{y} < 0$ и $\bar{x} \neq 0$ значение пеленга $\alpha = 180^\circ + \operatorname{arctg} \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$ с учетом знака \bar{x} .

Выводы и перспектива дальнейших исследований: для оценки возможности безопасного маневрирования с использованием судовой зоны безопасности в автоматизированных навигационных комплексах может быть рекомендована к использованию методика по расчету граничных пеленгов, рассмотренная в данной статье.

В дальнейшем необходимо провести исследования для других конфигураций зон безопасности и получить единый универсальный алгоритм расчета граничных пеленгов с минимальной потерей их точности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баскин А. С. Береговые системы управления движением судов / А. С. Баскин, А. С. Мальцев, Г. И. Москвин. – М. : Транспорт, 1986. – 150 с.
2. Мальцев А. С. Учет маневренных характеристик для обеспечения безопасного плавания / А. С. Мальцев // Судостроение и ремонт. – М., 1989. – № 9. – С. 29-31.
3. Lamb W. G. Calculation of the geometry of ships collision zones // The Journal of Navigation. – 1989. – 42, № 2. – P. 298-305.
4. Goodvin E. M. A Statistical Study of Ship Domains // The Journal of Navigation. – 1975. – 28, № 3. – P. 328-341.
5. Погосов С. Г. Береговые системы управления движением судов / С. Г. Погосов, Г. И. Москвин. – М. : Судовождение и связь, 1976. – 56 с.
6. Демин С. И. Вопросы управления морскими судами / С. И. Демин. – М. : Рекламинформбюро ММФ, 1975. – 75 с.
7. Taha M. Y., Hafez M. A. Vessel Traffic Services in Egypt. – 2002. – 78 p.

8. Алексишин А. В. Использование зоны безопасности судна для снижения аварийности / А. В. Алексишин // Судовождение. – Одесса : Феникс, 2010. – № 10. – С. 3-8.

9. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1973. – 782 с.

Алексишин А.В. РОЗРАХУНОК ГРАНИЧНИХ ПЕЛЕНГІВ ДО ЗОН БЕЗПЕКИ СУДЕН

У статті розглядається питання визначення граничних пеленгів на зону безпеки судна. Вони визначають межі сектора неприпустимих відносних курсів, що ведуть до попадання одного судна в зону безпеки іншого судна.

Ключові слова: зона безпеки судна, межі зони безпеки, граничні пеленги.

Aleksihin A.V. CALCULATION OF THE BORDER BEARING TO THE AREAS OF SAFETY OF VESSELS

In the article the question of determination of the border bearing is examined on the area of safety of ship. They determine the borders of sector of impermissible relative courses, conducing to the hit of one ship in the area of safety of other ship.

Keywords: area of safety of ship, borders of area of safety, border bearing.