

ИССЛЕДОВАНИЯ СТРУКТУРНЫХ СВОЙСТВ АЭРОМОБИЛЬНОГО КОМПЛЕКСА АВАРИЙНО-СПАСАТЕЛЬНЫХ И ДРУГИХ НЕОТЛОЖНЫХ РАБОТ

Кулиш Ю.А.,

Харьковский национальный университет гражданской защиты Украины,

Селиванов С.Е.,

Херсонская государственная морская академия

В статье рассмотрен аэромобильный комплекс аварийно-спасательных и других неотложных работ, который представляет собой перспективную структуру – совокупность элементов системы и связей между ними. Для данной структуры вводится понятие графа мобильных связей, позволяющего дать наглядную информацию о составе и структуре системы, показать вероятностные структурно-топологические характеристики графов мобильных связей между элементами структуры аварийно-спасательного комплекса в различных условиях его функционирования, что дает возможность решать широкий круг задач гражданской защиты с заданными показателями эффективности и качества.

Ключевые слова: аэромобильный комплекс, система, структура, мобильные связи, граф, характеристики графа.

Введение. Для скорейшего реагирования на создавшуюся в определенном регионе чрезвычайную ситуацию (ЧС) используют авиационные средства для проведения аварийно-спасательных и других неотложных работ (АСДНР). Высокая мобильность, оперативность и дальность действия авиационных средств позволяет в кратчайшие сроки прибыть в зону возникновения ЧС и своевременно начать проведение АСДНР.

На сегодня в рамках действующей единой государственной системы предупреждения и реагирования (ЕГСР) на ЧС техногенного и природного характера функционирует перспективная аэромобильная система.

С целью устранения неоднозначности определения систем различного уровня в дальнейшем перспективную аэромобильную систему организационно будем рассматривать как аэромобильный комплекс (АМК), в состав которого входят силы и средства проведения АСДНР.

Аэромобильный комплекс объединяет весь район ответственности Украины за поиск и спасение, который в свою очередь распределен на зоны ответственности региональных координационных центров (РКЦ) по поиску и спасению МЧС Украины. Зоны ответственности региональных координационных центров (РКЦ) совпадают с границами ответственности регионального центра управления воздушного движения (РЦ УВД) или регионального центра обслуживания воздушного движения (РЦ ОВД).

Организованы следующие пять региональных центров управления воздушным движением: Харьковский, Львовский, Бориспольский, Симферопольский и Одесский.

Дислокація, т.е. разнесенные авиационные группировки в Украине показаны на рис. 1.

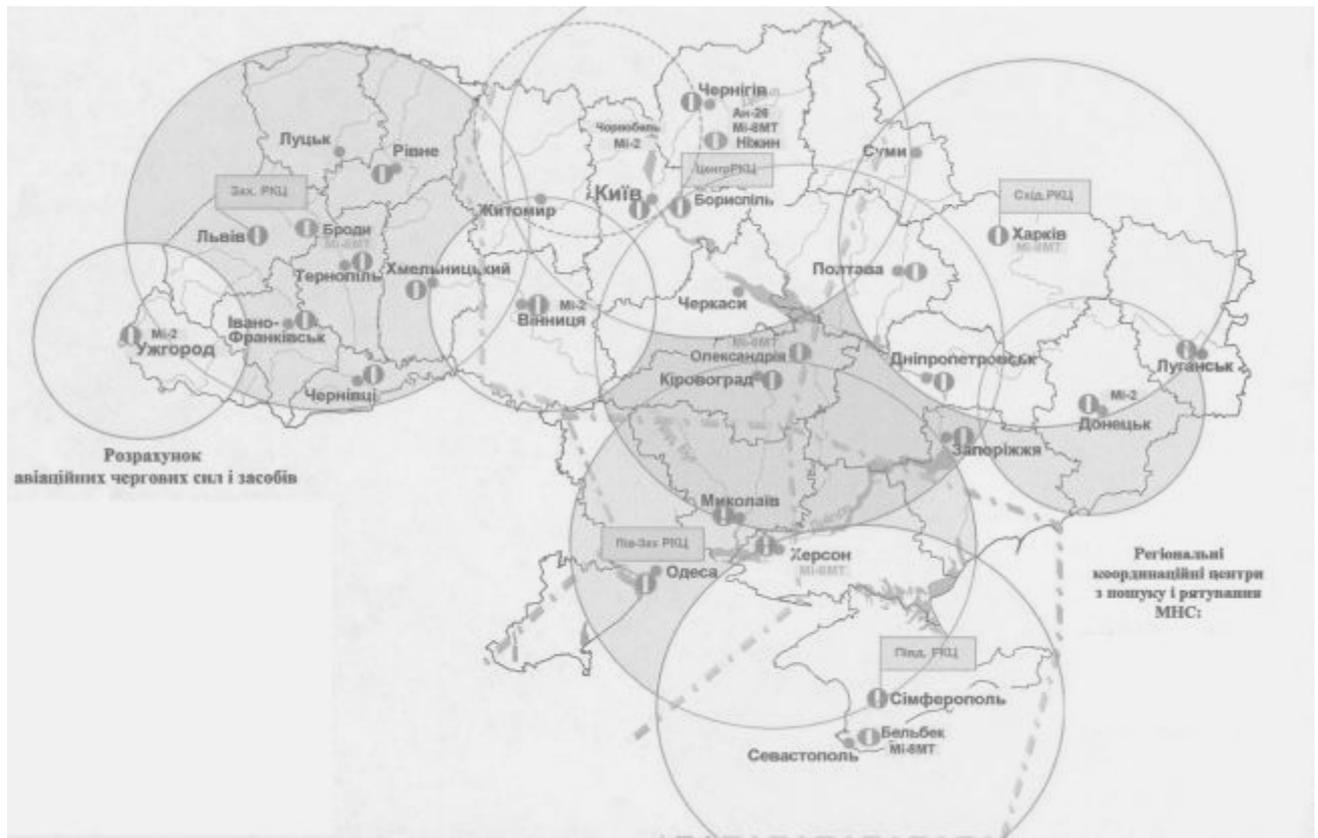


Рисунок 1 – Дислокація РКЦ: західний – г. Львів; юго-західний – г. Одеса; південний – г. Сімферополь; центральний – г. Бориспіль; східний – г. Харків.

АМК АСДНР представляє собою перспективну структуру.

Отметим, что структура это совокупность элементов системы и связей между ними. Модель структуры должна отображать отношения элементов, как между собой, так и с внешней средой. Общая задача структурного анализа – исходя из заданного описания элементов, получить некое представление о свойствах системы в целом и о свойствах подсистем.

Целью данной статьи является введение графа мобильных связей, позволяющего дать наглядную информацию о структуре перспективной аэромобильной системы в состав которой входят силы и средства проведения АСДНР.

Для исследования структурных свойств перспективного АМК АСДНР выбраны варианты его возможного построения для условий мирного времени, поскольку при отсутствии ЧС режим функционирования АМК АСДНР можно рассматривать как дежурный режим мирного времени.

Анализ возможных вариантов структуры перспективного АМК АСДНР показывает, что в его облике должны просматриваться структурные построения мирного и военного времени, позволяющие решать широкий круг задач гражданской защиты с заданными показателями эффективности и качества.

Для достижения цели в статье была поставлена **задача** – использовать методы теории графов для исследования устойчивости мобильных связей между элементами структуры перспективного аэромобильного комплекса в различных условиях его функционирования.

Функциональные свойства различных вариантов его построения описываются с помощью введения числовых функций на графе. На сегодняшний день теория графов получила статус весьма актуальной отрасли науки.

Изложение основного материала. Известно, что любую структуру в данном случае АМК АСДНР можно представить графами (граф, от греческого *ураφω* – пишу) и тем самым исследовать их структурные свойства.

Граф – это наглядная информация о составе и структуре системы, представленная в графической форме [1-3].

Граф состоит из обозначений элементов системы, называемых вершинами – n , и обозначений связей между ними, называемых ребрами – m , которые изображены линиями. Если узлы графа не нумерованы, то ребра являются неориентированными. У графа с нумерованными узлами ребра ориентированы. Множество ориентированных ребер составляет ориентированный граф.

Наибольшей популярностью теоретико-графовые модели используются при исследовании систем сетевой структуры.

Для использования методов теории графов для данной структуры вводится понятие графа мобильных связей, характеризующего вероятностные характеристики устойчивости мобильных связей между элементами структуры перспективного АМК в различных условиях его функционирования.

Существующий авиационные группировки рассматривается как вершины, а связи между ними при выполнении спасательных работ при ЧС – как ребра. Применение различных вычислений, производимых на таком графе, позволяет спланировать оптимальный маршрут.

Существует ряд способов задания графов. Для решения конкретной задачи можно выбрать тот или иной способ, в зависимости от удобства его применения.

Одной из важнейших характеристик графа мобильных связей является его связность.

Если для любых двух вершин графа существует хотя бы один соединяющий их путь – граф называется связным. Связность может быть не только качественной характеристикой графа (связный/несвязный), но и количественной.

Количественная связность характеризует количество связей между вершинами графа (связный граф – это граф, в котором между любыми двумя вершинами есть путь). Если полный граф (простой граф, в котором каждая пара различных вершин смежна) имеет всего вершин n штук, каждая

соединена с $n - 1$ вершиной – получаем произведение $n(n - 1)$, но мы считаем каждое ребро два раза, значит, надо произведение разделить на два, и тогда получим искомую формулу для нахождения количества ребер: $\frac{n(n - 1)}{2}$.

Следовательно, полный граф с n вершинами имеет $\frac{n(n - 1)}{2}$ ребер и обозначается K_n (граф называется K – связным, если каждая его вершина связана с K других вершин. Это утверждение известно из курса школьной физики как правило Кирхгофа применяемого для решения систем линейных уравнений, описывающих работу электрических цепей).

Для неориентированного графа с n вершинами минимальное число связей в структуре не может превышать числа $\frac{n(n - 1)}{2}$. Для ориентированного графа число связей не может быть меньше $n - 1$, иначе какие-то вершины окажутся изолированными от остальных вершин графа.

Для определения числа связей в графе используется матрица связности [4]. Эта характеристика графа важна для оценки устойчивости функционирования АМК АСДНР.

Для неориентированных графов связность всех элементов в структуре соответствует выполнению условия:

$$\frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \right] \geq n - 1, \text{ при } i \neq j. \quad (1)$$

В соотношении (1) a_{ij} – элементы матрицы смежности вершин графа. Правая часть (1) определяет необходимое минимальное число связей в структуре неориентированного графа, содержащего n вершин. Коэффициент $\frac{1}{2}$ берется в силу того, что одна и та же связь a_i и a_j учитывается дважды.

Соотношение (1) можно переписать в виде

$$\frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \right] = m,$$

т.е. это не что иное, как число ребер в неориентированном графе.

Другой важной характеристикой графа мобильных связей является его структурная избыточность [5]. Данная характеристика используется для косвенной оценки экономичности и надежности структуры АМК. Введение избыточности увеличивает надежность системы за счет повышения безотказности.

Структурная избыточность определяется наличием работы при ЧС дополнительной авиационной группировки (при отказе одной из них ее

функції виконує друга групування), котра не востребована при нормальній роботі.

Структурна избыточность R это структурный параметр, отражающий превышение общего числа связей в графе над необходимым минимальным числом связей, при котором все вершины графа связаны между собой.

Разделим в соотношении (1) все члены на $n-1$ и разность обозначим через R .

Тогда получим

$$R = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \right] \frac{1}{n-1} - 1, \quad (2)$$

$$R = \frac{m}{n-1} - 1, \quad (3)$$

где R – структурная избыточность, m – число ребер в неориентированном графе, n – число вершин.

Данная структурная характеристика используется для косвенной оценки экономичности и надежности структуры АМК.

Для систем с максимальной избыточностью, имеющих структуру типа «полный граф» $R \geq 0$; для систем с минимальной избыточностью $R = 0$; для несвязных систем $R \leq 0$.

Принято, что система с большим R (структурной избыточностью) потенциально более надежна, однако в ряде случаев она должна быть приближена к минимальной $R = 0$ (в целях повышения оперативности и экономичности).

Недоиспользованные возможности заданной структуры графа, имеющей m ребер и n вершин, в достижении максимальной связности характеризует показатель ε^2 , учитывающий неравномерность связей.

Равномерное распределение связей в структуре неориентированного графа имеющего, m ребер и n вершин, характеризуется средней степенью всех вершин графа $\rho_{\bar{n}\bar{d}} = 2 \frac{m}{n}$ (в этой формуле множитель 2 появляется потому, что каждое ребро соединяет 2 вершины, и поэтому считается дважды). Обозначим действительную степень i -й вершины графа (число ребер, связанных с этой вершиной) через ρ_i . Тогда введя понятие отклонения $(\rho_i - \rho_{\bar{n}\bar{d}})$ можно определить квадратичное отклонение заданного распределения степеней вершины от равномерного. В результате чего, неравномерность связей ε^2 в графе мобильных связей может быть охарактеризована выражением

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^{i=n} (\rho_i - \rho_{\bar{n}\bar{\delta}})^2. \quad (4)$$

Важкой характеристикою графа мобільних зв'язей є його структурна компактність Q , яка відображає близькість вершин α_i і α_j графа між собою. Близькість 2-х елементів i і j визначається через мінімальну довжину шляху для орієнтованого графа (цепи – для неорієнтованого) – d_{ij} . Тоді сума всіх мінімальних шляхів (цепей) між усіма елементами відображає загальну структурну близькість елементів в аналізованій структурі. Позначимо цю величину через Q і, відповідно до визначення, будемо мати:

$$Q = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}, \text{ при } i \neq j. \quad (5)$$

Більш наочною характеристикою структурної компактності графа мобільних зв'язей може служити його відносна компактність $Q_{i\bar{\delta}}$, визначається як

$$Q_{i\bar{\delta}} = \frac{Q}{Q_{i\bar{a}}} - 1, \quad (6)$$

де $Q_{i\bar{a}} = n(n-1)$ представляє собою кількість зв'язей в структурі повного графа (пг).

Ще простіше структурну компактність можна характеризувати і другим параметром – діаметром структури:

$$d = \max_{i,j} d_{ij}. \quad (7)$$

Величини Q і d дозволяють інтегрально оцінити інерційність зв'язей в структурі перспективного АМК АСДНР.

Ще однією важкою характеристикою графа мобільних зв'язей може служити ступінь централізації δ в структурі графа, яка оцінюється індексом централізації

$$\delta = (n-1)(2z_{\max} - n) \frac{1}{z_{\max}(n-2)}, \quad (8)$$

де

$$z_{\max} = \max \frac{Q}{2d_i}, \quad (9)$$

де d_i – сума елементів рядка з номером i .

Ступінь централізації характеризує концентрацію всіх вершин графа відносно однієї з них (центра).

Задача системного аналізу – знаходження простого в складному.

Для практичного застосування системного аналізу в перспективному АМК АСДНР слід застосовувати всі властивості систем, т.к. будь-яка система, якою б складною вона не казалася на перший погляд, складається з елементарних структур, що формують підсистему. Використовуючи властивості систем, можна систему будь-якої структури звести до цих елементарних структур.

Найбільш характерними системами з структурами графів мобільних зв'язей можна вважати:

- систему з послідовно розташованими елементами (так називаються лінійні (послідовні) структури);
- систему з кільцевою структурою;
- систему з радіальною (зіркоподібною) структурою;
- систему з деревною структурою;
- систему з структурою «повний граф»;

Разом з тим представляється, що знання структури є важливим, але недостатнім аспектом проблеми побудови систем. Як уже зазначалося, необхідно отримати відповідь на питання, яка структура краще або гірше, причому це потрібно зробити за допомогою кількісних параметрів і критеріїв.

Розглянемо деякі властивості даних структур на прикладі графа зв'язей для п'яти територіально розподілених об'єктів авіаційної групування – регіональних координаційних центрів (РКЦ) по пошуку і порятунку МС України (організовані наступні п'ять РКЦ: Харківський, Львівський, Бориспільський, Сімферопольський і Одеський), які збігаються з межами відповідальності регіонального центру управління повітряного руху (РЦ УВД) або регіонального центру обслуговування повітряного руху (РЦ ОВД) з використанням рекомендацій, наведених в [6].

З п'яти характерних систем з структурами графів мобільних зв'язей розглянемо лінійну (послідовну) структуру, яку представимо на рис. 2.

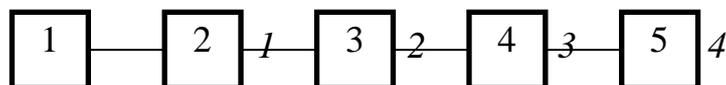


Рисунок 2 – Лінійна структура

На рис. 2 представлено елементарна структура, т.е. графічне представлення графа. Даний спосіб представлення відносин між елементами найбільш наочний, однак він не може бути використаний при розв'язанні задач структурного аналізу. Тому графічне представлення частіше за все доповнюється матричним способом, і матриці, отримані на основі аналізу ребер, називають матрицями сусідності вершин, т.е.

вершины, соединенные ребром, называются смежными, ребра, имеющие общую вершину, также называются смежными.

Всякий граф можно задать матрицей смежности.

Матрица смежности графа – это матрица, значения элементов которой характеризуются смежностью вершин графа. При этом значению элемента матрицы присваивается количество ребер, которые соединяют соответствующие вершины (т.е. которые инцидентны обоим вершинам). Две вершины смежные, если они соединены ребром и не смежные, если не соединены ребром.

Матрица смежности однозначно определяет структуру графа. Пусть имеем граф G. Его матрицей смежности есть квадратная матрица $A[i, j]$.

$$A = A[i, j] = \begin{cases} 1, & \text{если } i \text{ и } j \text{ смежны} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Для неориентированного графа матрица смежности является симметрической. Для ориентированного графа матрица смежности симметрической, вообще говоря, не является.

Исходя из вышесказанного линейной структуре графа соответствует следующая матрица смежности.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Структурную избыточность определим согласно (3), получим

$$R = \frac{m}{n-1} - 1 = \frac{4}{5-1} - 1 = 0.$$

В данной линейной структуре m – число ребер в неориентированном графе – 4, а n – число вершин – 5.

Средняя степень всех вершин графа

$$\rho_{\text{ср}} = 2 \frac{m}{n} = 2 \frac{4}{5} = 1,6.$$

По (4) определим показатель ε^2 с учетом рис. 2, т.е. из рис. 2 видно, что $\rho_1 = 1$, $\rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = 2$, $\rho_5 = 1$:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 &= \sum_{i=1}^n (\rho_i - \rho_{\text{ср}})^2 = (\rho_1 - 1,6)^2 + (\rho_2 - 1,6)^2 + (\rho_3 - 1,6)^2 + (\rho_4 - 1,6)^2 + (\rho_5 - 1,6)^2 = \\ &= (1 - 1,6)^2 + (2 - 1,6)^2 + (2 - 1,6)^2 + (2 - 1,6)^2 + (1 - 1,6)^2 = \\ &= 2(1 - 1,6)^2 + 3(2 - 1,6)^2 = 2(-0,6)^2 + 3(0,4)^2 = 2 \cdot 0,36 + 3 \cdot 0,16 = 0,72 + 0,48 = 1,2 \end{aligned}$$

Матрица расстояний $\|d_{ij}\|$. d_{ij} – это число ребер (минимальное), через которые нужно пройти, чтобы попасть из вершины с номером i в вершину с номером j . Например: $d_{12} = 1$, $d_{13} = 2$, $d_{14} = 3$. Расстояние $d_{ii} = 0$.

Запишем матрицу расстояний для последовательной структуры (линейного графа):

$$\|d_{ij}\| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 10 \\ 7 \\ 6 \\ 7 \\ 10 \end{matrix}, \text{ где } d_i = \sum_{j=1}^{j=n} d_{ij}.$$

Тогда структурная компактность (5) неориентированного графа линейной структуры: $Q = 2 \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=m} d_{ij} = 40$ – сумма всех элементов матрицы расстояний равна 40.

Число связей в структуре полного графа $Q_{i\bar{a}} = n(n-1) = 5(5-1) = 20$.

Относительная компактность (6) графа линейной структуры:

$$Q_{i\delta i} = \frac{Q}{Q_{i\bar{a}}} - 1 = \frac{40}{20} - 1 = 2 - 1 = 1,0.$$

Диаметр графа (7) линейной структуры, максимальное расстояние между вершинами

$$d = \max d_{ij} = 4.$$

По (9) $z_{\max} = \max \frac{Q}{2d_i}$, $\max \frac{Q}{2d_i}$ получается, когда d_i минимальное.

Минимальным является сумма элементов 3-ей строки матрицы расстояний, поэтому $d_3 = 6$.

$$\text{Тогда } z_{\max} = \frac{Q}{2d_i} = \frac{40}{2 \cdot 6} = \frac{10}{3} = 3,333.$$

Степень централизации (8) графа линейной структуры

$$\delta = (m-1)(2z_{\max} - n) \frac{1}{z_{\max}(n-2)} = 4(2 \cdot 3,33 - 5) \frac{1}{3,33 \cdot 3} = 0,67.$$

Структурная избыточность (3): $R = m \cdot \frac{1}{n-1} - 1 = 4 \cdot \frac{1}{4} - 1 = 0$.

Рассмотрим кольцевую структуру, которая представлена на рис. 3.

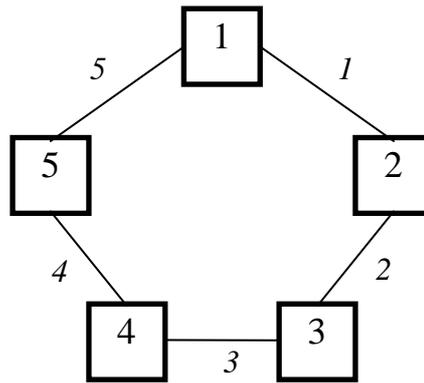


Рисунок 3 – Кольцевая структура

Для этой структуры матрица смежности имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{matrix}$$

Тогда структурная избыточность

$$R = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=m} q_{ij} \right] \frac{1}{n-1} - 1 = \frac{10}{2 \cdot (5-1)} - 1 = 0,25.$$

Средняя степень всех вершин графа

$$\rho_{\text{н\ddot{o}}} = 2 \frac{m}{n} = 2 \frac{4}{5} = 1,6.$$

По (4) определим показатель ε^2 . $\rho_i = 2$ – для любой вершины. $\rho_{\text{н\ddot{o}}} = 2$.

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^n (\rho_i - \rho_{\text{н\ddot{o}}})^2 = \sum_{i=1}^n (2 - 2)^2 = \sum_{i=1}^n 0 = 0.$$

Матрица расстояний для графа кольцевой структуры имеет следующий вид:

$$\|d_{ij}\| = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 7 \end{matrix}$$

Относительная компактность (6) графа кольцевой структуры:

$$Q_{i \delta i} = \frac{Q}{Q_{i \tilde{a}}} - 1 = \frac{31}{20} - 1 = 1,55 - 1 = 0,55.$$

Диаметр графа (7) кольцевой структуры, максимальное расстояние между вершинами $d = \max d_{ij} = 2$.

По (9) $z_{\max} = \max \frac{Q}{2d_i}$, $\max \frac{Q}{2d_i}$ получается, когда d_i минимальное.

Минимальным является $d_i = 6$.

$$\text{Тогда } z_{\max} = \frac{Q}{2d_i} = \frac{31}{2 \cdot 6} = \frac{31}{12} = 2,58.$$

Степень централизации (8) графа кольцевой структуры

$$\delta = (m - 1)(2z_{\max} - n) \frac{1}{z_{\max}(n - 2)} = 4(2 \cdot 2,58 - 5) \frac{1}{2,58 \cdot 3} = 4 \cdot 0,16 \cdot \frac{1}{7,74} = 0,08 \approx 0.$$

Рассмотрим радиальную структуру, которая представлена на рис. 4.

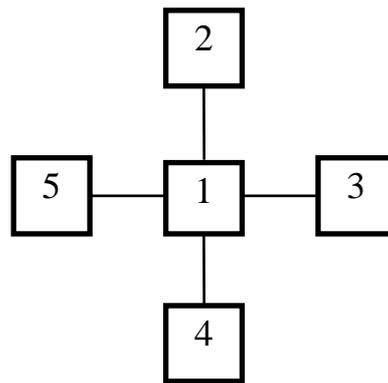


Рисунок 4 – Радиальная структура

Для этой структуры матрица смежности имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix}$$

Тогда структурная избыточность

$$R = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=m} q_{ij} \right] \frac{1}{n-1} - 1 = 4 \cdot \frac{1}{4} - 1 = 0.$$

По (4) определим показатель ε^2 . $\rho_1 = 4$. $\rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \rho_5 = 1$.

$$\rho_{\bar{n}\bar{d}} = \frac{4+1+1+1+1}{5} = 1,6$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 &= \sum_{i=1}^n (\rho_i - \rho_{\bar{n}\bar{d}})^2 = (4-1,6)^2 + (1-1,6)^2 - 4 = (2,4)^2 + (-0,6)^2 \cdot 4 = \\ &= 5,76 + 0,36 \cdot 4 = 5,76 + 1,44 = 7,2. \end{aligned}$$

Матрица расстояний для графа радиальной структуры имеет следующий вид:

$$\|d_{ij}\| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 4 \\ 7 \\ 7 \\ 7 \\ 7 \end{matrix}$$

Диаметр графа (7) радиальной структуры, максимальное расстояние между вершинами $d = \max d_{ij} = 2$. d_i минимальное = 4.

$$\text{По (9) } z_{\max} = \max \frac{Q}{2d_i} = \frac{32}{8} = 4.$$

Относительная компактность (6) графа радиальной структуры:

$$Q_{\hat{i}\hat{o}\hat{i}} = \frac{Q}{Q_{i\bar{a}}} - 1 = \frac{32}{20} - 1 = 1,6 - 1 = 0,6.$$

Степень централизации (8) графа радиальной структуры

$$\delta = (m-1)(2z_{\max} - n) \frac{1}{z_{\max}(n-2)} = 4(2 \cdot 4 - 5) \frac{1}{4 \cdot 3} = 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4 \cdot 3} = 1.$$

Рассмотрим древовидную структуру, которая представлена на рис. 5.

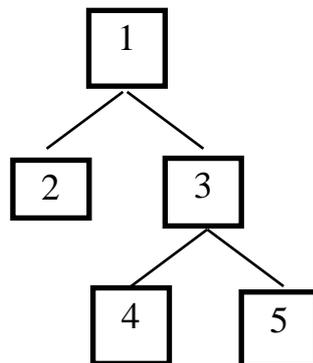


Рисунок 5 – Древовидная структура

Для этой структуры матрица смежности имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{matrix}.$$

Тогда структурная избыточность

$$R = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=m} q_{ij} \right] \frac{1}{n-1} - 1 = 4 \cdot \frac{1}{4} - 1 = 0.$$

По (4) определим показатель ε^2 . $\rho_1 = 2$. $\rho_2 = \rho_4 = \rho_5 = 1$. $\rho_3 = 3$

$$\rho_{\bar{n}\bar{\delta}} = \frac{2+1+3+1+1}{5} = \frac{8}{5} = 1,6.$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 &= \sum_{i=1}^n (\rho_i - \rho_{\bar{n}\bar{\delta}})^2 = (2-1,6)^2 + (1-1,6)^2 + (3-1,6)^2 + (1-1,6)^2 + (1-1,6)^2 = \\ &= (0,4)^2 + (-0,6)^2 + (1,4)^2 + (-0,6)^2 + (-0,6)^2 = \\ &= 0,16 + 0,36 + 1,96 + 0,36 + 0,36 = 3,2. \end{aligned}$$

Матрица расстояний для графа древовидной структуры имеет следующий вид:

$$\|d_{ij}\| = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} 6 \\ 9 \\ 5 \\ 8 \\ 8 \end{matrix}.$$

Диаметр графа (7) радиальной структуры $d = 3$.

$$\text{По (9) } z_{\max} = \max \frac{Q}{2d_i} = \frac{36}{10} = 3,6.$$

Относительная компактность (6) графа радиальной структуры:

$$Q_{i\delta i} = \frac{Q}{Q_{i\bar{a}}} - 1 = \frac{36}{20} - 1 = 1,8 - 1 = 0,8.$$

Степень централизации (8) графа радиальной структуры

$$\delta = (m-1)(2z_{\max} - n) \frac{1}{z_{\max}(n-2)} = 3(7,2 - 5) \frac{1}{3,6 \cdot 3} = \frac{2,2}{3,6} = 0,6.$$

Рассмотрим структуру «полный граф», которая представлена на рис. 6. Для данной структуры матрица смежности имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{matrix},$$

Тогда структурная избыточность

$$R = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=m} q_{ij} \right] \frac{1}{n-1} - 1 = 10 \cdot \frac{1}{4} - 1 = 2,5 - 1 = 1,5.$$

По (4) определим показатель ε^2 . $\rho_i = 4$. $\rho_{c\delta} = 4$.

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^n (\rho_i - \rho_{n\delta})^2 = \sum_{i=1}^n (4 - 4)^2 = \sum_{i=1}^n 0 = 0.$$

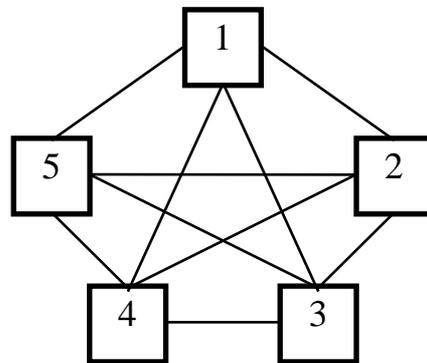


Рисунок 6 – Структура «полный граф»

Матрица расстояний для графа структуры «полный граф» имеет следующий вид:

$$\|d_{ij}\| = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{matrix}.$$

Диаметр графа (7) радиальной структуры $d = 1$.

$$\text{По (9) } z_{\max} = \max \frac{Q}{2d_i} = \frac{20}{8} = 2,5.$$

Относительная компактность (6) графа радиальной структуры:

$$Q_{i\delta i} = \frac{Q}{Q_{i\bar{a}}} - 1 = \frac{20}{20} - 1 = 1 - 1 = 0.$$

Степень централизации (8) графа радиальной структуры

$$\delta = (m-1)(2z_{\max} - n) \frac{1}{z_{\max}(n-2)} = (10-1)(2 \cdot 2,5 - 5) \frac{1}{2,5 \cdot 3} = 9 \cdot 0 \cdot \frac{1}{7,5} = 0.$$

Представим в табл. структурно-топологические характеристики графа мобильных связей. Параметры этой таблицы для разных структур вычислялись по приведенным выше формулам.

Таблица 1 – Структурно-топологические характеристики графов мобильных связей

Структура	Характеристики				
	R	ε^2	$Q_{i\delta i}$	d	δ
Линейная	0	1,2	1,0	4	0,67
Кольцевая	0,25	0	0,55	2	0
Радиальная	0	7,2	0,6	2	1,0
Древовидная	0	3,2	0,8	3	0,6
«Полный граф»	1,5	0	0	1	0

Анализ таблицы 1 показывает [7], что:

– структурная избыточность R наименьшая (равна 0) для линейной, радиальной и древовидной структур и $R > 0$ для кольцевой структуры, структуры типа «полный граф», а это, как принято, означает, что система с малой R менее надежна, однако в ряде случаев она должна быть приближена к минимальной $R = 0$ (в целях повышения оперативности и экономичности);

– наименьшую неравномерность $\varepsilon^2 = 0$ имеют структуры кольцевая, структуры типа «полный граф», для остальных структур наблюдается значительная неравномерность связей, $\varepsilon^2 > 0$;

– наибольшую «близость» (наибольшую компактность) $Q_{i\delta i}$ имеет структура типа «полный граф», напротив линейная структура наименее компактна поскольку величина относительной компактности $Q_{i\delta i}$ значительна;

– кольцевая и радиальная структуры, имеющие одинаковое значение $d = 2$ незначительно различаются компактностью $Q_{i\delta i}$;

– радиальная и древовидные структуры, имеющие одинаковое значение или близкие значения R , $Q_{i\delta i}$, d значительно отличаются по показателям ε^2 и d , это вполне соответствует физическому смыслу, так как отход от полной централизации в структуре ведет к большей равномерности распределения связей по элементам структуры.

Дополнительно можно увидеть, что магистральная структура по своим характеристикам эквивалентна структуре типа «полный граф». В качестве числовых функций на графах используются показатели интенсивности связей, характеризующие интенсивность выполнения полетов между основными элементами структуры комплекса в различных режимах его функционирования.

Вывод. Используя различные структуры графов получили структурно-топологические характеристики графа мобильных связей, что дало возможность провести полный анализ устойчивости мобильных связей

между элементами структуры перспективного аэромобильного комплекса в различных условиях его функционирования.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сигорский В. П. Специальный математический аппарат инженера. – К. : Техника, 1977. – 768 с.
2. Берж К. Теория графов и ее применение. – М. : Изд-во иностр. лит., 1962. – 320 с.
3. Березина Л. Ю. Графы и их применение : пособие для учителей. – М. : Просвещение, 1979. – 143 с.
4. Теория сетей связи / [В. Н. Ропинский, А. Д. Харкевич, М. А. Шнепс, Г. Б. Давыдов, А. Я. Толчан] ; под ред. В. Н. Ропинского. – М. : Радио и Связь, 1981. – 192 с.
5. Малышев Н. Г. Структурно-автоматные модели технических систем. – М. : Радио и связь, 1986. – 166 с.
6. Ларин А. А. Теоретические основы управления. Ч.1. Процессы, системы и средства управления : учебное пособие. – М. : РВСН, 2003. – 230 с.
7. Вирт Н. Алгоритмы + структуры данных = программы. – М. : Мир, 1985. – М. : Мир, 1989. – 360 с.

Кулиш Ю.А., Селіванов С.Є. ДОСЛІДЖЕННЯ СТРУКТУРНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ АЕРОМОБІЛЬНОГО КОМПЛЕКСУ АВАРІЙНО-РЯТУВАЛЬНИХ І ІНШИХ НЕВІДКЛАДНИХ РОБІТ

У статті розглянутий аеромобільний комплекс аварійно-рятувальних і інших невідкладних робіт, який являє собою перспективну структуру – сукупність елементів системи й зв'язків між ними. Для даної структури вводиться поняття графа мобільних зв'язків, що дозволяє дати наочну інформацію про склад і структурі системи, показати імовірнісні структурно-топологічні характеристики графів мобільних зв'язків між елементами структури аварійно-рятувального комплексу в різних умовах його функціонування, що дає можливість вирішувати широке коло завдань цивільного захисту із заданими показниками ефективності і якості.

Ключові слова: аеромобільний комплекс, система, структура, мобільні зв'язки, граф, характеристики графа.

Kulich Y., Selivanov S. STUDIES OF STRUCTURAL PROPERTIES OF COMPLEX AIRMOBILE RESCUE AND OTHER EMERGENCY OPERATIONS

This article describes the complex airmobile rescue and other emergency operations, which is a promising structure - a set of system elements and relationships between them. To introduce the concept of the structure of the graph of mobile communications, which allows to give a visual information about the composition and structure of the system, show the probability of structural and topological features of graphs of mobile connections between structural elements of survival in a variety of complex conditions of the functioning, which makes it possible to solve a wide terms of reference for the civil-signs with the specified performance indicators and quality.

Keywords: airmobile complex system, structure, mobile communications, graph, graph characteristics.

ІНЖЕНЕРНІ НАУКИ