УДК 65.011.56:519.23

ПРЕДЕЛЬНЫЕ СИНДРОМНЫЕ И ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ ЗНАНИЙ

Прокопчук Ю.А.,
Институт технической механики НАНУ и НКАУ

В работе выявляются и исследуются предельные когнитивные структуры, которые формируются в результате кристаллизации опыта решения определенного класса задач с опорой на два базовых принципа: «Принцип предельных обобщений» и «Принцип полимодельной дополнительности, конкурентности и отбора». Предельные структуры участвуют в реализации синдромного принципа управления слабоформализованными ситуациями.
Ключевые слова: предельные синдромы, предельные вероятностные закономерности, модели знаний, принцип предельных обобщений

Введение и постановка задачи. Все возрастающая потребность в высоко адаптивных технологиях управления делает актуальной задачу разработки общих теоретических и методологических основ когнитивного подхода к решению проблем в сложных слабоструктурированных системах и ситуациях [1-3]. Однако, несмотря на многочисленные приложения, арсенал формальных средств когнитивного моделирования остается довольно ограниченным. В силу особенностей слабоформализованных предметных областей подходы имитационного моделирования, ориентированные на использование количественных объективных оценок, и методы традиционной теории принятия решений, опирающейся на алгоритмы выбора лучшей альтернативы из множества четко сформулированных альтернатив, оказываются неэффективными. Слабым местом методов на основе когнитивных карт является отсутствие средств автоматического извлечения знаний из прецедентов решения схожих проблем.

Авторский подход к моделированию когнитивных функций вообще и управления, в частности, заключается в развитии двух взаимосвязанных базовых принципов: «Принципа предельных обобщений» и «Принципа полимодельной дополнительности, конкурентности и отбора» [4 - 7].

Принцип предельных обобщений (ППО) гласит: среди всех допустимых моделей (решений) следует выбрать модели (решения), которые обладают максимальной общностью. Основная гипотеза состоит в том, что Принцип предельных обобщений олицетворяет «встроенную» *оптимальность мышления*.

Данные принципы в полной мере характеризуют естественные (природные) процессы когнитивной самоорганизующейся критичности, позволяя выявить и сохранить в памяти конкурентные наборы параметров порядка образов, явлений и сценариев развития произвольных ситуаций действительности.

В связке двух базовых принципов Принцип предельных обобщений играет роль *движущей и направляющей силы* самоорганизации, в то время, как второй принцип создает необходимые предпосылки для возникновения самоорганизации. Развиваемый подход существенно опирается на синергетический принцип подчинения, который определяет «подстройку» многочисленных факторов ситуации к параметрам порядка ситуации.

Основной целью настоящего исследования является разработка базовых фрагментов методологии, позволяющей моделировать переход от физического к феноменологическому описанию действительности, включая естественный (природный) механизм категоризации, а также смысловую сферу наблюдателя.

Задачами настоящего исследования является выявление и исследование предельных когнитивных структур, которые формируются в результате кристаллизации опыта решения определенного класса задач с опорой на базовые принципы.

Полученные результаты.

Пусть $\{\tau\}$ – множество элементарных тестов, с помощью которых описывается любая ситуация действительности [6]. Элементарность теста означает, что его результат может быть представлен в виде «тест= значение». Конкретный результат теста τ будем обозначать $\underline{\tau}$. Значения тестов могут выбираться из разных доменов. Для фиксации того, что в качестве множества результатов теста τ используется домен *T*, будем использовать нотацию: τ / T.

Используя разные домены, можно управлять общностью (масштабом) результата одного и того же теста. Правила пересчета значений теста из одного домена в другой задает *орграф доменов:* $G(\tau) = \{\mathrm{T} \to \mathrm{T'}\}_\tau$. Орграфы доменов тестов содержат экспертные знания. Они являются удобным и математически корректным способом кодирования разноуровневых элементов эмпирических систем. Каждый орграф является, по-сути, моделью индуктивного обобщения результатов теста.

Банк тестов $\{G(\tau)\}$ представляет собой множество орграфов доменов тестов. Банк тестов задает общую схему многоуровневой грануляции информации предметной области. От развитости банка тестов $\{G(\tau)\}$ зависят инвариантные свойства предельных моделей знаний. Разные домены тестов формируют разные по уровню общности *описания действительности* (описания прецедентов), которые обозначим через $\{\tau / \mathrm{T}\}$. Общее количество описаний определяется произведением числа вершин во всех орграфах доменов.

Пусть $\Omega = \{\alpha(\{\underline{\tau} / \mathrm{T}\}, \underline{z} / Z)\}$ – множество ситуаций действительности (прецедентов) с известными исходами $z \in Z = \{1,...,N\}$. В качестве исходов (заключений) могут выступать диагнозы, прогнозы, варианты управления, оценки эффективности. Без ограничения общности предположим, что каждый тест входит в описание прецедента только один раз.

Будем говорить, что база прецедентов Ω не содержит *конфликтов* на уровне общности $\{\tau / \mathrm{T}\}$, если нет двух ситуаций с разными исходами, но совпадающими значениями тестов. Любые две ситуации, у которых совпадают значения тестов, но разные исходы назовем *артефактом первого* *рода*. Любые M ситуаций, у которых совпадают значения тестов, но все исходы разные назовем *артефактом* (M-1)-*рода*. Предполагается, что первоначально все прецеденты α описаны с использованием максимально точных доменов (базовых доменов T_0) всех тестов, а описание базы прецедентов $\Omega(\{\tau / T_0\})$ не содержит конфликтов.

Вероятностной закономерностью появления заключения $\underline{z} / Z$ назовем правило вида

$$R = (\{\underline{\tau} / T\} \to \underline{z} / Z),\ p(R) \geq p^*, v_R = v(R), \qquad (1)$$

где $\{\underline{\tau} / \mathrm{T}\}$ – неизбыточная совокупность значений тестов; $p(R)$ – ранг или вероятность получения заключения $\underline{z} / Z$ при условии $\{\underline{\tau} / \mathrm{T}\}$; p^*- порог (например, 0.9); v_R – вес правила, пропорциональный количеству прецедентов с заключением $\underline{z} / Z$, отвечающих правилу R. Вероятностную закономерность нельзя редуцировать с сохранением ранга. Сослаться на конкретную закономерность можно следующим образом: $R(\{\underline{\tau} / T\}, \underline{z} / Z)$. Для веса v_R, как и для любого теста, существует орграф $G(v_R)$.

Под *формальным синдромом* будем понимать неизбыточную совокупность значений тестов, позволяющую однозначно установить заключение z / Z (в такой трактовке формальные синдромы отличаются от синдромов в медицине). Договоримся формальный синдром называть просто синдромом. Произвольный синдром представим в виде:

$$S = (\{\underline{\tau} / T\} \to \underline{z} / Z),\ v_S = v(S), \qquad (2)$$

где $\{\underline{\tau} / \mathrm{T}\}$ – неизбыточная совокупность значений тестов; $\underline{z} / Z$ – заключение; v_S – вес синдрома пропорциональный количеству прецедентов, для которых выполняется данный синдром. Сослаться на конкретный синдром можно следующим образом: $S(\{\underline{\tau} / T\}, \underline{z} / Z)$. Любой тест в описание синдрома входит только один раз. Для веса υ_S существует орграф $G(v_S)$.

Легко видеть, что формальный синдром – это вероятностная закономерность ранга 1, так как заключение определяется однозначно. Синдром нельзя усилить, т.е. повысить ранг и нельзя редуцировать. Следует отметить, что на основе формального синдрома может быть сформировано продукционное правила вида: е*сли* $\{\underline{\tau} / \mathrm{T}\}$, *то* $\underline{z} / Z$. Однако формальный синдром обладает свойствами, которых нет у продукционного правила, в частности, *обобщением* и *конкретизацией*.

Схемой вероятностной закономерности назовем список тестов, входящих в закономерность, и заключение: $R(\{\tau\}, \underline{z} / Z)$. *Детальной схемой вероятностной закономерности* назовем список тестов с указанием доменов и заключение: $R(\{\tau / T\}, \underline{z} / Z)$. Аналогично, *схемой формального синдрома* назовем список тестов, входящих в синдром, и заключение: $S(\{\tau\}, \underline{z} / Z)$. *Детальной схемой формального синдрома* назовем список тестов с указанием доменов и заключение: $S(\{\tau / T\}, \underline{z} / Z)$. Таким образом, у синдрома есть, как минимум, три уровня детальности описания: $S(\{\underline{\tau} / T\}, \underline{z} / Z)$, $S(\{\tau / T\}, \underline{z} / Z)$ и $S(\{\tau\}, \underline{z} / Z)$.

Пусть имеется детальная схема синдрома $S(\{\tau / T\}_S, \underline{z} / Z)$. *Дополнением* к $\{\tau / \mathrm{T}\}_S$ назовем произвольное множество $\{\tau / \mathrm{T}\}_S^{\perp}$, которое в совокупности с $\{\tau / \mathrm{T}\}_S$ реализует полное описание базы прецедентов $\Omega(\{\tau / T\})$. Ясно, что

$$\{\tau\}_S \cap \{\tau\}_S^{\perp} = \varnothing; \quad \{\tau\}_S \cup \{\tau\}_S^{\perp} = \{\tau\}.$$

***Предложение* 1**. Синдром $S(\{\tau / T\}_S, \underline{z} / Z)$ является синдромом во всех описаниях базы прецедентов $\Omega(\{\tau / T\}_S \cup \{\tau / T\}_S^{\perp})$.

***Предложение* 2**. Если существует синдром $S(\{\tau / T\}_S, \underline{z} / Z)$, то для любого $\{\underline{\tau} / \mathrm{T}\}'$ такого что $\{\underline{\tau} / \mathrm{T}\}' \to \{\underline{\tau} / T\}_S$ верно: $\{\underline{\tau} / \mathrm{T}\}' \to \underline{z} / Z$. При этом синдрома $S(\{\underline{\tau} / T\}', \underline{z} / Z)$ может не существовать.

Суть предложения 2 заключается в следующем: понижение уровня общности значений тестов, входящих в синдром, также гарантирует однозначную классификацию с тем же результатом. Поскольку выполнимость операции $\{\underline{\tau} / \mathrm{T}\}' \to \{\underline{\tau} / T\}_S$ проверяется исключительно на основе банка тестов $\{G(\tau)\}$, то какой-либо совокупности данных $\{\underline{\tau} / \mathrm{T}\}'$ может не оказаться в базе прецедентов $\Omega(\{\tau / T\}' \cup (\{\tau / T\} \setminus \{\tau / T\}'))$, но даже если такая совокупность данных есть, то она не обязательно является синдромом.

Предельной вероятностной закономерностью назовем вероятностную закономерность, которую нельзя обобщить ни по одному тесту с сохранением ранга. Предельную вероятностную закономерность ранга 1 назовем *предельным синдромом*. Предельный синдром является предельным в трех смыслах: его нельзя усилить, т.е. повысить ранг; его нельзя редуцировать и его нельзя обобщить ни по одному входящему тесту. Другими словами, любой предельный синдром претендует на роль *инварианта* в рамках контекста $<\Omega, \{G(\tau)\}>$. Предельную вероятностную закономерность обозначим R^*, предельный синдром – S^*.

С каждой вероятностной закономерностью R связано «облако» предельных вероятностных закономерностей $\{R^*\}$, которое получается путем всех допустимых обобщений в рамках банка тестов $\{G(\tau)\}$. Ранги всех закономерностей из $\{R^*\}$ одинаковы и равняются $p(R)$. С каждым синдромом S связано, соответственно, «облако» предельных синдромов $\{S^*\}$, которое также получается путем всех допустимых обобщений. «Облака» для каждого синдрома и каждой вероятностной закономерности определяются единственным образом на $<\Omega, \{G(\tau)\}>$. Можно записать:

$$\forall R, r / \mu_r : R \to \{R^*\}_R; \quad \forall S,\ s / \mu_s : S \to \{S^*\}_S, \tag{3}$$

где r, s – отображения, а μ_r, μ_s – механизмы реализации отображений.

Очевидно, справедливо следующее:

$$\forall R^*,\ \ r/\mu_r : R^* \to R^*; \quad \forall S^*,\ \ s/\mu_s : S^* \to S^* . \qquad (4)$$

Отображения *r*, *s* существенно опираются на контекст $<\Omega,\ \{G(\tau)\}>$.

Множество $\{R^*\}_R$ будем называть множеством *сопряженных предельных закономерностей* для R. Множество $\{S^*\}_S$ будем называть множеством *сопряженных предельных синдромов* для S.

Полезность введения информационных объектов «предельная вероятностная закономерность» и «предельный синдром» заключается в том, что в силу обобщения сопряженные объекты охватывают более широкое множество априорных данных, чем первичные объекты.

***Предложение* 3**. Для любой вероятностной закономерности R существует единственное непустое множество сопряженных предельных вероятностных закономерностей $\{R^*\}_R$. Соответственно, для любого синдрома S существует единственное непустое множество сопряженных предельных синдромов $\{S^*\}_S$.

Будем говорить, что описание $\{\tau/\mathrm{T}\}'$ по уровню общности *доминирует описание* $\{\tau/\mathrm{T}\}$, если для любого теста τ элементы домена T' выводятся из элементов домена T в рамках орграфа $G(\tau)$. Для отношения *нестрогого доминирования* (домены T и T' могут совпадать, кроме одного) будем использовать нотацию $\{\tau/T\}' \geq \{\tau/T\}$, а для отношения *строгого доминирования* (все домены разные) – нотацию $\{\tau/T\}' > \{\tau/T\}$.

Если описание $\{\tau/\mathrm{T}\}'$ по уровню общности доминирует описание $\{\tau/\mathrm{T}\}$, то это означает, что для любых данных $\{\underline{\tau}/\mathrm{T}\}$ существует однозначное преобразование: $\{\underline{\tau}/\mathrm{T}\} \to \{\underline{\tau}/T\}'$.

Если между двумя описаниями $\{\tau/\mathrm{T}\}$ и $\{\tau/\mathrm{T}\}'$ не выполняется отношение доминирования и они не совпадают, то данный факт будем отражать нотацией $\{\tau/T\}' >< \{\tau/T\}$.

Отношение «доминирование» будем применять к любым одинаковым наборам тестов, причем каждый тест входит в набор только один раз.

Будем говорить, что синдром $S(\{\underline{\tau}/T\}', \underline{z}/Z)$ *доминирует синдром* $S(\{\underline{\tau}/T\}, \underline{z}/Z)$, если $\{\tau\}' = \{\tau\}$, $\{\tau/T\}' \geq \{\tau/T\}$ и $\{\underline{\tau}/\mathrm{T}\} \to \{\underline{\tau}/T\}'$. Для отношения доминирования между синдромами будем использовать нотацию $S' \geq S$. Если отсутствует однозначное отображение $\{\underline{\tau}/\mathrm{T}\}' \to \{\underline{\tau}/T\}$, то будем говорить о строгом доминировании и использовать нотацию $S' > S$.

***Предложение* 4**. Между любыми двумя предельными синдромами не существует отношения доминирования.

Предельные синдромы, претендующие на статус инвариантов (с большими весами и высоким уровнем обобщения), можно рассматривать в качестве параметров порядка развития сложных ситуаций. Действительно, смена одного предельного синдрома другим может привести к качественному изменению поведения системы или ситуации, которое вызвано сменой заключения $\underline{z}/Z$. Что касается синдромов в целом, то их смена также может привести к качественному изменению поведения системы. Можно считать, что такие синдромы формируют предпараметры порядка. Наличие разных синдромов предопределяет конкуренцию параметров порядка [3].

Факт возможности смены качественного поведения системы путем целенаправленного изменения текущих синдромов лежит в основе синдромного принципа управления [7].

Совокупность синдромов образует *синдромную модель знаний*, если она позволяет определить заключение, как минимум, для любой ситуации действительности (любого прецедента) из $\Omega(\{\tau/T_0\})$. Модель знаний является *полной в рамках фиксированного описания* базы прецедентов $\Omega(\{\tau/T\})$, если она содержит все возможные синдромы в рамках данного описания. Для полной синдромной модели знаний будем использовать нотацию: $\{S\}_{Full}$ на $\Omega(\{\tau/T\})$ или $\{S\}_{Full,\{\tau/T\}}$.

Пусть $\{S\}$ – произвольная синдромная модель знаний, тогда, используя отображение s/μ_s, соответствующую предельную модель знаний можно определить так

$$\forall\{S\},\ \{S^*\}_{\{S\}} = \cup_{S\in\{S\}}\{S^*\}_S. \qquad (5)$$

Модель знаний $\{S^*\}_{\{S\}}$ назовем *сопряженной предельной* моделью для $\{S\}$. Справедливо следующее предложение.

Предложение 5. Для любой синдромной модели знаний существует единственная сопряженная предельная модель знаний на $<\Omega,\ \{G(\tau)\}>$.

Предельная синдромная модель знаний, образуется путем объединения сопряженных множеств («облаков») предельных синдромов, соответствующих синдромам исходной модели. Так как сопряженные множества отдельных синдромов определяются единственным образом, то их объединение также единственно.

Синдромная модель знаний *минимальна*, если из нее нельзя удалить ни один синдром без потери полноты охвата прецедентов из $\Omega(\{\tau/T_0\})$. В рамках описания базы прецедентов $\Omega(\{\tau/T\})$ может существовать множество минимальных синдромных моделей знаний, содержащих разное количество синдромов. Следовательно, в рамках описания $\Omega(\{\tau/T\})$ существуют *абсолютно минимальные синдромные модели знаний* (возможно одна). Для минимальной синдромной модели знаний будем использовать нотацию: $\{S\}_{Min}$ на $\Omega(\{\tau/T\})$ или $\{S\}_{Min,\{\tau/T\}}$. Для абсолютно минимальной синдромной модели знаний будем использовать нотацию: $\{S\}^*_{Min}$ на $\Omega(\{\tau/T\})$ или $\{S\}^*_{Min,\{\tau/T\}}$.

Дополнением к $\{\tau/\mathrm{T}\}_{\{S\}}$ назовем произвольное множество $\{\tau/\mathrm{T}\}^{\perp}_{\{S\}}$, которое в совокупности с $\{\tau/\mathrm{T}\}_{\{S\}}$ реализует полное описание базы прецедентов $\Omega(\{\tau / T\})$. Ясно, что

$$\{\tau\}_{\{S\}} \cap \{\tau\}_{\{S\}}^{\perp} = \varnothing; \quad \{\tau\}_{\{S\}} \cup \{\tau\}_{\{S\}}^{\perp} = \{\tau\}.$$

***Предложение* 6**. Синдромная модель знаний $\{S\}$, построенная в рамках некоторого описания $\{\tau / \mathrm{T}\}$, является синдромной моделью знаний во всех описаниях базы прецедентов $\Omega(\{\tau / T\}_{\{S\}} \cup \{\tau / T\}_{\{S\}}^{\perp})$.

Общим для моделей знаний на $\Omega(\{\tau / T\})$ является то, что все они классифицируют все прецеденты в рамках описания $\Omega(\{\tau / T\})$.

***Предложение** 7*. Если для классификации выбрана синдромная модель знаний $\{S\}$, то описание всех прецедентов в базе прецедентов может быть редуцировано до множества тестов $\{\tau\}_{\{S\}}$.

На основе предложений 5 - 7 может быть сформулировано следствие.

***Следствие* 1**. Сопряженная предельная модель знаний $\{S^*\}$ для синдромной модели знаний $\{S\}$, построенной в рамках некоторого описания $\{\tau / \mathrm{T}\}$, классифицирует все прецеденты во всех описаниях базы прецедентов $\Omega(\{\tau / T\}_{\{S\}} \cup \{\tau / T\}_{\{S\}}^{\perp})$.

Можно найти все предельные синдромы на всех уровнях общности для каждой ситуации $\alpha \in \Omega$. Их объединение представляет собой *полную предельную синдромную модель знаний* на <Ω, $\{G(\tau)\}$>. Разные синдромы предельной синдромной модели знаний могут опираться на разные описания $\{\tau / \mathrm{T}\}$. Для полной предельной синдромной модели знаний будем использовать нотацию: $\{S^*\}_{Full}$ на <Ω, $\{G(\tau)\}$> или просто – $\{S^*\}_{Full}$.

Пусть g отображение такое, что

$$\forall \alpha \in \Omega, \ g / \mu_g : \alpha \to \{S^*\}_{\alpha}, \qquad (6)$$

где $\{S^*\}_{\alpha}$ – все предельные синдромы на всех уровнях общности для ситуации α; μ_g– механизм реализации отображения g, опирающийся на <Ω, $\{G(\tau)\}$>.

Обозначим через $\{S\}_{\alpha,\{\tau / T\}}$ – множество всех синдромов для ситуации α на уровне описания базы прецедентов $\Omega(\{\tau / T\})$. На множестве $\{S\}_{\alpha,\{\tau / T\}}$ можно определить сопряженные предельные синдромы $(\{S\}_{\alpha,\{\tau / T\}})^*$, объединение которых по всем описаниям и даст $\{S^*\}_{\alpha}$, а именно:

$$\{S^*\}_{\alpha} = \cup_{\{\tau / T\}} (\{S\}_{\alpha,\{\tau / T\}})^* \qquad (7)$$

Одной из задач метода предельных обобщений является построение полной предельной синдромной модели знаний в виде

$$\{S^*\}_{Full} = \cup_{\alpha \in \Omega} \{S^*\}_{\alpha} \qquad (8)$$

***Предложение* 8**. Если база прецедентов $\Omega(\{\tau / T_0\}, Z)$ не содержит конфликтов, то полная предельная синдромная модель знаний $\{S^*\}_{Full}$ на $<\Omega$, $\{G(\tau)\}>$ существует и единственна.

Строго говоря, полное множество предельных синдромов можно найти, даже если описание $\Omega(\{\tau / T_0\}, Z)$ конфликтно. Другое дело, что данное множество не будет моделью знаний, позволяющей однозначно классифицировать все прецеденты.

На основе полной предельной синдромной модели знаний могут быть построены *минимальные предельные синдромные модели знаний* и, соответственно, *абсолютно минимальные предельные синдромные модели знаний*. Последние модели представляют особенный интерес. Для минимальных предельных синдромных моделей знаний будем использовать нотацию: $\{S^*\}_{Min}$ на $<\Omega$, $\{G(\tau)\}>$ или просто $\{S^*\}_{Min}$. Для абсолютно минимальных предельных синдромных моделей знаний будем использовать нотацию: $\{S^*\}^*_{Min}$ на $<\Omega$, $\{G(\tau)\}>$ или просто $\{S^*\}^*_{Min}$.

Для нахождения всех $\{S^*\}^*_{Min}$ достаточно вначале построить все $\{S^*\}_{Min}$, а затем выбрать из них все $\{S^*\}^*_{Min}$. Все модели $\{S^*\}^*_{Min}$ применимы к базовому описанию базы прецедентов $\Omega(\{\tau / T_0\}, Z)$, но в целом сфера их применения (охват разных описаний прецедентов) может существенно различаться, что предоставляет возможности для поиска максимальных по уровню общности моделей.

***Предложение* 9**. Пусть $\Omega = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$. Тогда, если $\{S^*\}_{\alpha_i} \cap \{S^*\}_{\alpha_j} = \varnothing$ для $i, j = \overline{1, n}$ ($i \neq j$), то справедливо следующее

$$\left\{\{S^*\}^*_{Min}\right\} = \left\{\{S^*\}_{Min}\right\} = \{S^*\}_{\alpha_1} \times \{S^*\}_{\alpha_2} \times \ldots \times \{S^*\}_{\alpha_n} \tag{9}$$

$$\forall \{S^*\}_{Min}, \forall \{S^*\}^*_{Min}, \ |\{S^*\}_{Min}| = |\{S^*\}^*_{Min}| = \mathrm{n}, \tag{10}$$

$$|\left\{\{S^*\}^*_{Min}\right\}| = |\left\{\{S^*\}_{Min}\right\}| = \prod_{j=1,\ldots,n} |\{S^*\}_{\alpha_j}|. \tag{11}$$

Соотношение (10) дает верхнюю границу мощности любой $\{S^*\}_{Min}$ и любой $\{S^*\}^*_{Min}$.

Пусть $\Omega_j = \{\alpha(\{\underline{\tau} / T\}, z_j)\}$, $j \in Z$. Ясно, что $\Omega = \cup_{j \in Z} \Omega_j$. Определим *ядро синдромов* для каждого $j \in Z$

$$\{S^*\}_{\Omega_j} = \cap_{\alpha \in \Omega_j} \{S^*\}_\alpha, \ \ j \in Z. \tag{12}$$

***Предложение* 10**. Если для любого $j \in Z$, $\{S^*\}_{\Omega_j} \neq \varnothing$, то справедливо следующее

$$\left\{\{S^*\}^*_{Min}\right\} = \{S^*\}_{\Omega_1} \times \{S^*\}_{\Omega_2} \times \ldots \times \{S^*\}_{\Omega_N}, \tag{13}$$

$$\forall \left\{S^*\right\}_{Min}^*, \ |\left\{S^*\right\}_{Min}^*| = N, \tag{14}$$

$$|\left\{\left\{S^*\right\}_{Min}^*\right\}| = \prod_{j=1,\dots,N} |\left\{S^*\right\}_{\Omega_j}|. \tag{15}$$

Соотношение (14) дает нижнюю границу мощности любой $\left\{S^*\right\}_{Min}^*$.

Важной задачей метода предельных обобщений является построение ядер $\left\{S^*\right\}_{\Omega_j}$, $j \in Z$. Дело в том, что ядра содержат, как правило, предельные синдромы максимального уровня общности и не содержат информационный «шум», т.е. редкие и малозначащие синдромы. Ядра могут существовать не для каждого $j \in Z$.

Важными задачами метода предельных обобщений является также построение $\left\{S^*\right\}_{Min}$ и $\left\{S^*\right\}_{Min}^*$ по разным критериям (например, с максимальными весами). Конечная цель исследований будет достигнута, когда хотя бы одна из минимальных моделей знаний не будет изменяться с неограниченным увеличением базы прецедентов Ω. Данный факт означает *инвариантность* или *истинность* соответствующей модели знаний.

Будем говорить, что синдромная модель знаний $\left\{S'\right\}$ *доминирует модель знаний* $\left\{S\right\}$, если она применима к большему числу описаний прецедентов $\alpha(\left\{\underline{\tau}/T\right\}, \underline{z}/Z)$, включая и те описания прецедентов, к которым применима $\left\{S\right\}$. Факт доминирования будем отражать нотацией $\left\{S'\right\} > \left\{S\right\}$. Будем говорить, что синдромные модели знаний $\left\{S'\right\}$ и $\left\{S\right\}$ *эквивалентны в плане доминирования*, если они применимы к одному и тому же множеству описаний прецедентов. Факт эквивалентности в плане доминирования будем отражать нотацией $\left\{S'\right\} \sim \left\{S\right\}$.

Если между двумя моделями знаний не выполняется отношение доминирования и они не эквивалентны в плане доминирования, то будем говорить, что такие модели знаний *несравнимы между собой в плане доминирования*. Данный факт будем отражать нотацией $\left\{S'\right\} >< \left\{S\right\}$.

Отношение доминирования на моделях знаний также как и отношение эквивалентности является транзитивным.

Таблица 1 – Покрытие прецедентов двумя моделями знаний

	$\left\{S\right\}$				$\left\{S'\right\}$			
$\left\{\tau/T\right\} \backslash \alpha$	α_1	α_2	...	α_n	α_1	α_2	...	α_n
$\left\{\tau/T\right\}_1$	+	+	...	+	+	+	...	+
$\left\{\tau/T\right\}_2$	+/-	+/-	...	+/-	+/-	+/-	...	+/-
…	…	…	...	…	…	…	...	…
$\left\{\tau/T\right\}_K$	+/-	+/-	...	+/-	+/-	+/-	...	+/-

Для установления отношения доминирования, эквивалентности или несравнимости между произвольными синдромными моделями знаний $\left\{S\right\}$ и $\left\{S'\right\}$ достаточно построить таблицу 1, где $K = |\left\{\Omega(\left\{\tau/T\right\})\right\}|$ – общее количество всех описаний, $n = |\Omega|$ – общее количество всех прецедентов.

Символ ‘+’ в пересечении строки $\{\tau/T\}_i$ и столбца α_j означает, что соответствующая модель знаний на уровне описания $\{\tau/T\}_i$ классифицирует прецедент α_j. Символ ‘-’ означает, что классификация невозможна. Если области покрытия совпадают, то модели эквивалентны по доминированию. Если одно покрытие включает другое покрытие, то соответствующая модель знаний доминирует другую модель. В иных случаях имеет место несравнимость моделей знаний по доминированию.

Если через $|G|$ обозначить общее количество вершин в произвольном орграфе доменов G, то общее количество всех описаний определяется выражением:

$$K = \prod_{\tau \in \{G(\tau)\}} |G(\tau)|. \qquad (16)$$

Долей покрытия модели знаний назовем отношение площади области покрытия (клетки с «+» в таблице 1) к площади всей области (суммарному количеству клеток равному $K \cdot n$). Для модели знаний $\{S\}$ долю покрытия обозначим $\lambda(\{S\})$ или $\lambda_{\{S\}}$.

Если $\lambda(\{S\})$ = 1, то это означает, что модель знаний $\{S\}$ покрывает все прецеденты во всех описаниях, т.е. $\{S\}$ имеет максимальную зону покрытия. Ясно, что такая модель является недоминируемой.

***Предложение* 11**. Если модель знаний $\{S\}$ доминирует модель знаний $\{S\}'$, то $\lambda(\{S\}) > \lambda(\{S\}')$. Если модели знаний $\{S\}$ и $\{S\}'$ эквивалентны по доминированию, то $\lambda(\{S\}) = \lambda(\{S\}')$.

Обозначим через $D_{\{\tau/T\}}$ множество всех описаний, которые доминируются описанием $\{\tau/T\}_i$, т.е.

$$D_{\{\tau/T\}} = \{\{\tau/T\}' \,|\, \{\tau/T\} \geq \{\tau/T\}'\}. \qquad (17)$$

***Предложение* 12**. Если модель $\{S\}$ является моделью знаний в рамках описания $\{\tau/T\}_i$, то справедлива оценка

$$\lambda(\{S\}) \geq (1 + |D_{\{\tau/T\}}|)/K, \qquad (18)$$

где K – общее количество всех описаний, определяемое формулой (16).

***Предложение* 13**. Если $\{\tau/T\}_{\{S'\}} \geq \{\tau/T\}_{\{S\}}$, то синдромная модель знаний $\{S'\}$ доминирует синдромную модель знаний $\{S\}$ или эквивалентна ей по доминированию.

Тот факт, что $\{\tau/T\}_{\{S'\}} \geq \{\tau/T\}_{\{S\}}$ означает, в частности, следующее:

$$\{\tau\}_{\{S'\}} = \{\tau\}_{\{S\}}; \;\; \{\tau\}^{\perp}_{\{S'\}} = \{\tau\}^{\perp}_{\{S\}},$$

$$\forall \alpha \in \Omega, \; \forall \{\tau/T\}^{\perp}_{\{S\}}, \; \alpha(\{\tau/T\}_{\{S\}} \cup \{\tau/T\}^{\perp}_{\{S\}}) \rightarrow$$

$$\alpha(\{\tau/T\}_{\{S'\}} \cup \{\tau/T\}_{\{S\}}^{\perp}),$$

следовательно, к $\alpha(\{\tau/T\}_{\{S\}} \cup \{\tau/T\}_{\{S\}}^{\perp})$ и $\alpha(\{\tau/T\}_{\{S'\}} \cup \{\tau/T\}_{\{S\}}^{\perp})$ применима модель $\{S'\}$. Таким образом, может иметь место либо доминирование $\{S'\}$ над $\{S\}$, либо эквивалентность $\{S'\}$ и $\{S\}$.

Предложение 13 обосновывает целесообразность построения моделей знаний максимального уровня общности.

***Предложение* 14**. Для любой синдромной модели знаний $\{S\}$ сопряженная модель $\{S^*\}$ доминирует ее или эквивалентна ей по доминированию.

Действительно, сопряженная модель классифицирует все ситуации, которые классифицирует исходная модель знаний, но при этом сопряженная модель может классифицировать и другие ситуации (более высокого уровня общности). Таким образом, имеется полное покрытие со стороны сопряженной модели, что означает либо доминирование, либо эквивалентность.

***Предложение* 15**. Полная предельная синдромная модель знаний $\{S^*\}_{Full}$ доминирует любую синдромную модель знаний или эквивалентна ей по доминированию.

Доказательство данного утверждения базируется на том, что сопряженная предельная модель знаний $\{S^*\}_{\{S\}}$ эквивалентна или доминирует произвольную модель знаний $\{S\}$, но любая $\{S^*\}_{\{S\}}$ является частью $\{S^*\}_{Full}$, следовательно, $\{S^*\}_{Full}$ эквивалентна или доминирует $\{S^*\}_{\{S\}}$, а значит и $\{S\}$. В частности, модель $\{S^*\}_{Full}$ эквивалентна в плане доминирования или доминирует любую $\{S^*\}_{Min}^*$.

Под *когнитивной самоорганизацией* будем понимать последовательность скачкообразных переходов

$$\{S^*\}_1, \{R^*\}_1 \to \{S^*\}_2, \{R^*\}_2 \to \ldots \to \{S^*\}_n, \{R^*\}_n, \qquad (19)$$

которая возникает вследствие изменения контекста $<\Omega$, $\{G(\tau)\}>$. Модели $\{S^*\}_i, \{R^*\}_i$ являются примерами самоорганизующихся критических состояний.

Выводы. Предлагаемая технология когнитивного моделирования обеспечивает: расширение традиционных подходов к обработке информации в сложных динамических средах, дополнение их новыми методами, моделями и алгоритмами поддержки принятия решений по управлению динамическими слабоформализованными ситуациями (объектами, процессами) в сложной обстановке. На основе (предельных) синдромных моделей знаний может быть реализован синдромный принцип управления, который можно отождествить с целенаправленным изменением управляющих параметров или параметров порядка. Параметры порядка содержатся в синдромах – это значения тестов $\{\underline{\tau}/T\}_S$ [7]. Множества (предельных) вероятностных закономерностей играют роль предвестников событий (исходов). Особенно большое значение имеют ранние предвестники.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авдеева З. К. Когнитивное моделирование для решения задач управления слабоструктурированными системами (ситуациями) // UBS / З. К. Авдеева, С. В. Коврига, Д. И. Макаренко. – 2007. – №16. – С. 26-39.

2. Нечаев Ю. И. Концептуальные основы создания бортовых интеллектуальных систем // Информационно-измерительные и управляющие системы. Часть 2. – 2006. – № 9. – С. 39-49.

3. Хакен Г. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам. Перевод с англ. Синергетика: от прошлого к будущему. – М. : КомКнига, 2005. – 248 с.

4. Прокопчук Ю. А. Метод предельных обобщений для решения слабо формализованных задач // Управляющие системы и машины. – 2009. – №1. – С.31-39.

5. Прокопчук Ю.А. Модели структур виртуальной сплошной среды когнитивных динамических систем // Сборник трудов «Нейроинформатика - 2011» . Ч.I.–М.:НИЯУ МИФИ, 2011.-С.254 – 263.

6. Прокопчук Ю.А. Методология разработки интеллектуальных приложений на основе принципа предельных обобщений // Вестник Херсонского НТУ, 2011. - №2(41). – С. 32 – 43.

7. Прокопчук Ю.А. Синдромный принцип управления слабоформализованными системами и ситуациями // Сборник докладов научной конференции «Информационные технологии в управлении сложными системами» (Днепропетровск, ИТМ НАНУ и ГКАУ, 24 июня 2011г.). – Дн-ск: ИТМ – «Свидлер», 2011. – С. 146 – 149.

Прокопчук Ю.О. ГРАНИЧНІ СИНДРОМНІ ТА ЙМОВІРНОСНІ МОДЕЛІ ЗНАНЬ
У роботі виявляються та досліджуються граничні когнітивні структури, які формуються в результаті кристалізації досвіду рішення певного класу задач із опорою на два базових принципи: «Принцип граничних узагальнень» і «Принцип полімодельної додатковості, конкуренції та відбору». Граничні структури беруть участь у реалізації синдромного принципу керування слабоформалізованими ситуаціями.
Ключові слова: граничні синдроми, граничні ймовірносні закономірності, моделі знань, принцип граничних узагальнень.

Prokopchuk Y.O. BOUNDARY SYNDROMIC AND PROBABILISTIC KNOWLEDGE MODELS
Boundary cognitive structures formed as a result of the crystallizing experience in solving tasks of certain class, using two basic principles: 'Principle of Boundary Generalizations' and 'Principle of Polymodel Complementarity, Competitiveness, and Selection', are revealed and researched. Boundary structures take part in implementing the syndromic principle of managing poorly-formalized situations.
Keywords: boundary syndromes, boundary probabilistic laws, knowledge models, principle of boundary generalizations.